

SEL

Série Arquimedes

Anais do II Congresso Temático de Dinâmica, Controle e Aplicações

DINCON 2003

e

II DLR/CTA Workshop on Data Analysis and Flight Control

18 a 22 de agosto de 2003 - ITA, São José dos Campos - SP

Organização



INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS
MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA

unesp

Coordenação Editorial: José Manoel Balthazar, Luiz Carlos Sandoval Góes e José Demísio Simões da Silva
Editora: Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada - SBMAC
Co-Editora: FAPESP / ITA
Formato: CDROM
Patrocínio: ITA / CAPES

Congresso Temático de Dinâmica, Controle e Aplicações e
DLR/CTA Workshop on Data Analysis and Flight Control(2.2003: São José dos Campos - SP - Brasil)

Anais do II Congresso Temático de Dinâmica, Controle e Aplicações e
II DLR/CTA Workshop on Data Analysis and Flight Control - São José dos Campos : SBMAC, 2003

3148 p.; (SÉRIE ARQUIMEDES 2)

ISBN: ISBN: 85-86883-15-8

1. Dinâmica. 2. Teoria do controle. 3. Teoria do controle não-linear.
4. Sistemas de parâmetros distribuídos
I. Balthazar, José Manoel. II. Boaventura, Maurílio. III. Silva, Geraldo Nunes
IV. Tsuchida, Masayoshi. V. Góes, Luiz Carlos Sandoval. VI. Silva, José Demísio Simões

CDU - 531.124



INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS
MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA

unesp

O Problema de Estabilidade em Sistemas Elétricos de Potência

Luís F. C. Alberto

luís@sel.eesc.usp.br

Newton G. Bretas

ngbretas@sel.eesc.usp.br

Dep. de Eng. Elétrica, EESC - Escola de Eng. de São Carlos
USP - Universidade de São Paulo

1 Resumo

Este minicurso têm o intuito de apresentar uma introdução ao problema de estabilidade em sistemas elétricos de potência e ilustrar as várias causas que podem levar um sistema à instabilidade. Particular atenção é dada ao problema de bifurcações que podem levar o sistema a um colapso (blecaute). Um sistema de potência é modelado, para estudos de estabilidade, por um conjunto de equações algébrico-diferenciais. Problemas de instabilidade surgem muitas vezes após a ocorrência de bifurcações deste conjunto de equações. Neste trabalho, o problema de bifurcações em sistemas de potência é estudado e ilustrado através de exemplos. Particular atenção é dada às singularidades das equações algébricas que levam a problemas de perda de causalidade nos modelos utilizados.

2 Palavras Chaves

Sistemas de Potência, Estabilidade de Tensão, Bifurcação, Singularidade, Equações Algébrico-Diferenciais, Causalidade.

3 Introdução

Os sistemas elétricos de potência formam um dois mais complexos sistemas dinâmicos já criados pelo homem. A complexidade destes sistemas está associada a dois fatores fundamentais: não linearidades fortes e grande dimensão. Nos últimos anos, em muitos sistemas de potência no mundo, a expansão da geração e da transmissão não acompanhou o crescimento de demanda devido a escassez de recursos e restrições ambientais. Com isto, os sistemas passaram a operar mais próximos dos limites e as não linearidades, inerentes a estes sistemas, tornaram-se mais evidentes e fenômenos, que até então não haviam sido observados, passaram a se manifestar. Atualmente já foram relatados casos de sistemas elétricos de potência, que em condições de alto carregamento, apresentam soluções como



ciclos limites, soluções estas altamente indesejáveis neste tipo de sistema. Bifurcações que levam sistemas ao colapso (blecaute) também têm sido relatadas e amplamente estudadas. Utilizando modelos matemáticos, já verificou-se também a possibilidade de existência de atratores estranhos os quais também são indesejáveis para a operação segura destes sistemas. Sincronização de geradores é outro fenômeno observado em muitos sistemas e muitas vezes explorado para a obtenção de sistemas equivalentes reduzidos.

Diante de todos estes problemas e para garantir a operação segura destes sistemas, os engenheiros foram obrigados a aprofundar-se na teoria de sistemas dinâmicos para entender estes fenômenos, essencialmente não lineares, e rever as técnicas de operação e monitoramento com o objetivo de evitar a ocorrência de blecautes. Algumas diretrizes e técnicas têm sido propostas em situações peculiares mas o problema geral de garantia de estabilidade continua em aberto. A riqueza de comportamentos dinâmicos que pode existir nestes sistemas faz com que os mesmos sejam também muito atrativos para os estudiosos de sistemas não lineares.

Este minicurso têm o intuito de apresentar uma introdução ao problema de estabilidade em sistemas elétricos de potência e ilustrar as várias causas que podem levar um sistema à instabilidade. Particular atenção é dada ao problema de bifurcações que podem levar o sistema a um colapso (blecaute).

4 Formulação e Classificação dos Estudos de Estabilidade

Os sistemas elétricos de potência são compostos essencialmente por geradores (máquinas síncronas na sua grande maioria), linhas de transmissão e cargas (centros consumidores). O principal objetivo dos sistemas de potência é atender a demanda de energia requerida pelas cargas. Além de atender esta demanda, para serem confiáveis e atender de maneira ininterrupta as cargas, os sistemas devem ser robustos à presença de perturbações.

Numa situação de equilíbrio, a potência fornecida pelos geradores deve ser igual a potência consumida pelas cargas mais as perdas inerentes ao sistema de transmissão. Quando uma perturbação (variações normais de carga, curto-circuitos) ocorre, este balanço de potência deixa de existir, e como consequência, a potência líquida excedente injetada no sistema transforma-se em energia cinética nos rotores das máquinas. Quando isto acontece, um ou mais geradores aceleram com relação aos outros provocando oscilações entre as máquinas do sistema. Estas oscilações são chamadas eletromecânicas e estão na faixa de frequência de 1 Hz. Em algumas situações, dependendo da amplitude da perturbação, o sistema pode se tornar instável provocando um blecaute devido a atuação em cascata de diversos dispositivos de proteção.

Para estudar a dinâmica destes sistemas e entender os mecanismos que levam os mesmos a instabilidade, modela-se cada um de seus componentes. As máquinas elétricas (geradores, compensadores síncronos e motores de grande porte) dão origem a um conjunto de equações diferenciais do tipo:

$$\begin{aligned}\dot{\delta} &= \omega \\ M\dot{\omega} &= P_m - P_e(\delta, \theta, V) - D\omega\end{aligned}\tag{4.1}$$

onde δ e ω são respectivamente o desvio de ângulo e o desvio de velocidade do rotor. A potência mecânica injetada na máquina é denotada por P_m , e P_e é a potência elétrica injetada na rede pelo gerador. O parâmetro D é a constante de amortecimento do conjunto. As variáveis θ e V são variáveis da rede e representam respectivamente o ângulo de fase e a amplitude do fasor tensão nas barras (nós elétricos) da rede de transmissão. Admite-se que as constantes de tempo da rede de transmissão são muito menores do que as constantes de tempo relacionadas à oscilação eletromecânica, em outras palavras, admite-se que a rede esteja em regime permanente senoidal e modela-se a mesma por um conjunto de equações algébricas não lineares (equações de balanço de potência) do tipo:

$$\begin{aligned}0 &= P_L - P(\delta, \theta, V) \\ 0 &= Q_L - Q(\delta, \theta, V)\end{aligned}\tag{4.2}$$

onde P_L e Q_L são respectivamente a potência ativa e reativa injetada na rede. Em geral P_L e Q_L representam a potência consumida pela carga. Modelos de carga são muito discutidos na literatura e até hoje não se tem um consenso a respeito de qual modelo utilizar. Em geral modelos estáticos e passivos são utilizados para a carga, entretanto, existem situações que exigem modelos dinâmicos para as mesmas. Modelos dinâmicos para as cargas são em geral necessários em regiões altamente industrializadas em que a parcela de motores elétricos na composição da carga é elevada.

Em uma representação compacta, um sistema de potência pode ser modelado, para estudos de estabilidade, pela seguinte equação:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, y, \lambda) \\ \dot{y} &= g(h(x, y, \lambda))\end{aligned}\tag{4.3}$$

onde x é o vetor de variáveis dos geradores, y é o vetor de variáveis da rede e das cargas, λ é um vetor de parâmetros em geral associado ao nível de carregamento do sistema, a função f representa o modelo dos geradores, a função g o modelo de carga adotado e a função h representa as equações de balanço de potência nos nós da rede.

Do ponto de vista matemático, o problema de estabilidade do sistema dinâmico (4.3) é um problema único, entretanto, estudar o problema de estabilidade de um sistema dinâmico complexo como o sistema de potência de maneira única é muito difícil uma vez que a perda de estabilidade pode se processar devido a diversos fatores diferentes e envolvendo geralmente variáveis diferentes. Para simplificar a modelagem e a solução do problema, divide-se o estudo de estabilidade de sistemas de potência segundo o tempo envolvido na análise como:

- Estabilidade de curto prazo,
- Estabilidade de médio prazo,
- Estabilidade de longo prazo,

segundo as variáveis de interesse como:

- Estabilidade de ângulo,
- Estabilidade de tensão,
- Estabilidade de velocidade,

e segundo a intensidade da perturbação como:

- Estabilidade a grandes perturbações
- Estabilidade a pequenas perturbações

Neste texto, o problema de estabilidade de velocidade não será abordado.

Os problemas de estabilidade de ângulo e estabilidade de tensão são estudados tanto na presença de grandes perturbações, tais como curto-circuitos, como na presença de pequenas perturbações, tais como variações normais de carga. No primeiro caso, as variáveis do sistema sofrem grandes excursões e o modelo utilizado é um conjunto de equações algébrico-diferenciais não lineares e, no segundo caso, as mesmas equações são linearizadas admitindo-se que as variáveis do sistema sofrem pequenas excursões ao redor de um certo ponto de operação.

O estudo da estabilidade de ângulo na presença de grandes perturbações recebe o nome de estabilidade transitória na literatura de sistemas elétricos de potência. Neste tipo de estudo, os engenheiros estão preocupados em manter o sincronismo entre os ângulos dos geradores síncronos após a ocorrência de uma grande perturbação. Em linguagem matemática, deseja-se que no instante de eliminação do defeito, o estado do sistema esteja contido dentro da área de atração do novo ponto de operação estável. Muitas vezes, neste tipo de estudo, ignoram-se as dinâmicas da carga e as variáveis das equações algébricas são eliminadas alegando-se que as variáveis importantes neste fenômeno são os ângulos dos rotores. Neste caso o modelo utilizado tem, em geral, a seguinte forma:

$$\dot{x} = f(x) \quad (4.4)$$

O estudo de estabilidade de tensão a grandes perturbações é muito similar ao estudo de estabilidade de ângulo. Entretanto, alega-se, neste caso, que as variáveis importantes são as tensões nas barras de carga, e muitas vezes as dinâmicas dos geradores são desprezadas admitindo-se que os mesmos não irão perder o sincronismo durante o transitório. O modelo usualmente empregado para esta situação é:

$$\dot{y} = g(h(y, \lambda)) \quad (4.5)$$

No estudo de estabilidade de ângulo a pequenas perturbações, os engenheiros estão interessados em analisar os modos de oscilação do sistema. Modos de oscilação pouco amortecidos são indesejáveis no sistema pois limitam a capacidade de transferência de potência e ainda podem provocar desligamentos indesejáveis de alguns componentes do sistema. O limite de estabilidade a pequenas perturbações, também conhecido por limite

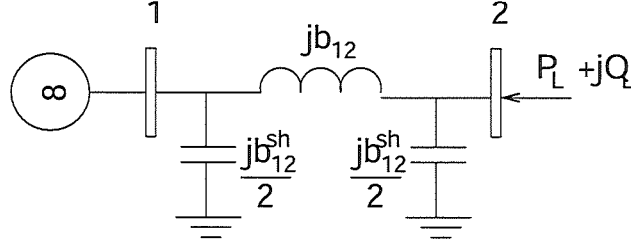


Figura 1: Sistema de Potência 1

de estabilidade estática, ocorre quando um autovalor aproxima-se do eixo imaginário. Neste caso, associa-se o problema a um ponto de máxima transferência de potência ativa da rede de transmissão. Em geral as dinâmicas das cargas são desprezadas e o modelo linearizado utilizado têm a seguinte forma:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\ 0 &= Cx + Du\end{aligned}\tag{4.6}$$

No estudo de estabilidade de tensão a pequenas perturbações, os engenheiros associam o fenômeno colapso de tensão a uma bifurcação das equações algébricas que representam o sistema de transmissão. Verifica-se também autovalores cruzando o eixo imaginário, mas neste caso, associa-se o problema a incapacidade de fornecer suporte de reativos em alguns pontos do sistema. Estuda-se neste caso o problema de bifurcações da seguinte equação:

$$0 = h(y, \lambda)\tag{4.7}$$

Apesar das semelhanças entre os estudos de estabilidade de ângulo e de tensão, não é consenso na literatura o que deve e o que não deve ser representado no modelo para cada um dos estudos em questão. Não é claro também se existe alguma relação entre estes dois problemas e se os mesmos possuem uma origem comum.

Neste minicurso o problema de estabilidade de ângulo e de estabilidade de tensão são colocados dentro de um único contexto e de uma única formulação. Estudam-se os mecanismos que levam o sistema a perda de estabilidade de tensão e perda de estabilidade de ângulo dentro de uma formulação comum de forma a permitir um entendimento melhor do problema de bifurcações em sistemas elétricos de potência.

5 Bifurcações em Sistemas Elétricos de potência

Nesta seção, o problema de bifurcações em sistemas elétricos de potência é ilustrado através de dois exemplos de pequeno porte.

Exemplo 1

Considere o sistema da figura 1. Este sistema é composto por um gerador conectado a barra 1 e uma carga na barra 2. Vamos modelar este sistema utilizando a formulação tradi-

cional de estudos de estabilidade de tensão a pequenas perturbações conforme equação (4.7). Para isto, todas as dinâmicas do gerador 1 são desprezadas e o barramento 1 é modelado como sendo um barramento infinito, ou seja, o gerador conectado a este barramento possui inércia infinita e capacidade ilimitada de injeção de potência. A carga conectada a barra 2 é modelada por uma injeção de potência constante $S_L = P_L + jQ_L$ e admite-se que a linha de transmissão não tem perdas. A matriz admitância desta rede elétrica é dada por:

$$Y = j \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix}$$

onde $B_{11} = B_{22} = b_{12} + \frac{b_{12}^2}{2}$ e $B_{12} = B_{21} = -b_{12}$. É importante observar que como a linha é indutiva, então $B_{12} = B_{21} > 0$ e se as capacitâncias "shunts" não são grandes então $B_{11} < 0$, $B_{22} < 0$. Sejam $\mathbf{E}_1 = V_{1d} + jV_{1q}$ e $\mathbf{E}_2 = V_{2d} + jV_{2q}$ os fasores de tensão respectivamente nas barras 1 e 2 e sejam $V_{1q} = 0$ (referência angular) e $V_{1d} = 1, 0 p.u.$ (barramento infinito). Com um balanço de potência na barra 2 obtêm-se as seguintes equações:

$$P_L - B_{21}V_{1d}V_{2q} = 0 \quad (5.8)$$

$$Q_L + B_{22}V_{2d}^2 + B_{22}V_{2q}^2 + B_{21}V_{1d}V_{2d} = 0 \quad (5.9)$$

As variáveis nesta equação são V_{2d} e V_{2q} e os parâmetros são P_L e Q_L . Numa notação mais compacta escreveremos $y := [V_{2d}, V_{2q}]^T$ e $\lambda := [P_L, Q_L]^T$. Nesta notação, as equações de balanço de potência podem ser escritas na seguinte formulação geral:

$$h(y, \lambda) = 0 \quad (5.10)$$

que é exatamente a equação (4.7).

No problema de estabilidade de tensão, estuda-se o comportamento das soluções da equação (5.8-5.9)(5.10) com relação à variação do parâmetro λ .

Neste caso em particular, vamos mostrar que a bifurcação passível de ocorrer é uma bifurcação sela-nó.

Da equação (5.8) obtém-se a equação auxiliar:

$$V_{2q} = \frac{P_L}{B_{21}V_{1d}} \quad (5.11)$$

Esta equação pode ser sempre resolvida e obtém-se uma única solução V_{2q} para cada valor do parâmetro P_L .

Substituindo (5.11) em (5.9) obtém-se a seguinte equação de segundo grau em V_{2d} :

$$V_{2d}^2 + \frac{B_{21}V_{1d}}{B_{22}}V_{2d} + \frac{Q_L}{B_{22}} + \frac{P_L^2}{B_{21}^2V_{1d}^2} = 0 \quad (5.12)$$

Esta equação é a equação de bifurcação. Com a seguinte mudança de variáveis:

$$V_{2d} = v - \frac{B_{21}V_{1d}}{2B_{22}}$$

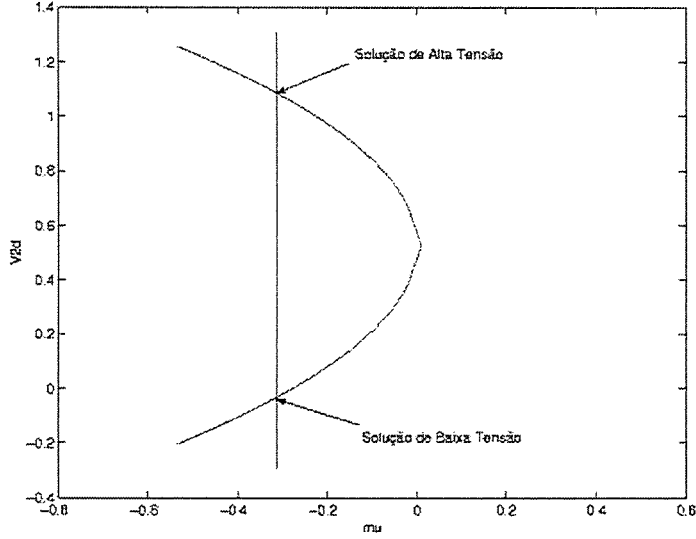


Figura 2: Diagrama de bifurcação - curva V

obtém-se:

$$v^2 + \frac{Q_L}{B_{22}} + \frac{P_L^2}{B_{21}^2 V_{1d}^2} - \frac{B_{21}^2 V_{1d}^2}{2B_{22}^2} = 0$$

que numa forma mais compacta pode ser escrita como:

$$v^2 + \mu(P_L, Q_L) = 0$$

onde μ é um parâmetro real que depende dos parâmetros originais P_L e Q_L . Portanto, verifica-se a possibilidade de ocorrência de uma bifurcação sela nó. Se $\mu < 0$, a equação (5.8-5.9) tem duas soluções. Se $\mu = 0$, a equação (5.8-5.9) tem uma única solução e se $\mu > 0$ não existem soluções de (5.8-5.9). A figura 2 ilustra as possíveis soluções de (5.12) em função do parâmetro μ . Em sistemas de potência, quando existem duas soluções, é comum denominá-las soluções de alta e de baixa tensão. A solução de alta tensão é a solução referente ao ponto de operação normal. A solução de baixa tensão está associada a equilíbrios instáveis. A curva $\mu = 0$ separa o espaço de parâmetros em duas regiões distintas conforme mostrado na figura 3. Num dos lados o sistema possui duas soluções e do outro nenhuma.

O segmento de reta na figura 3 ilustra a situação de um crescimento de carga, situação esta muito comum na operação do sistema. O sistema possui inicialmente uma carga ativa de 0.1 pu MW e reativa de 0.01 pu MVar. Nesta situação o sistema admite duas soluções e o sistema está operando em condições normais na solução de alta tensão. O crescimento de carga ocorre lentamente com fator de potência constante e a bifurcação ocorre aproximadamente quando a carga ativa é igual a 0.693 pu MW e a reativa é igual a 0.0693 pu MVar. A partir deste nível de carga, o sistema não admite nenhuma solução de equilíbrio.

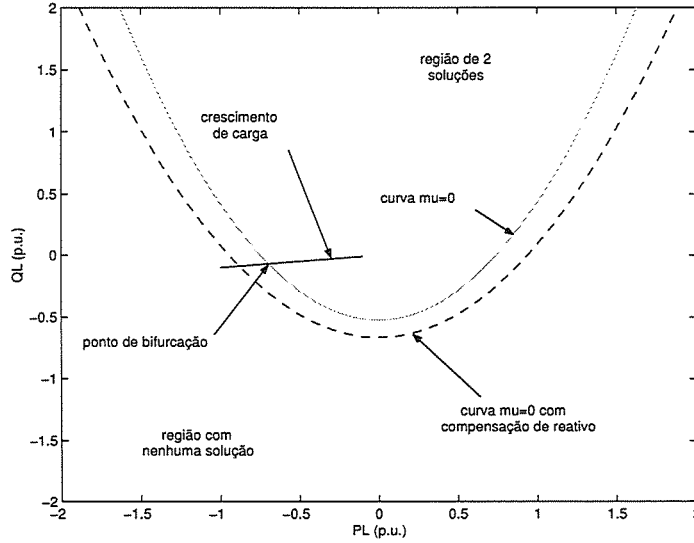


Figura 3: Curva de bifurcação

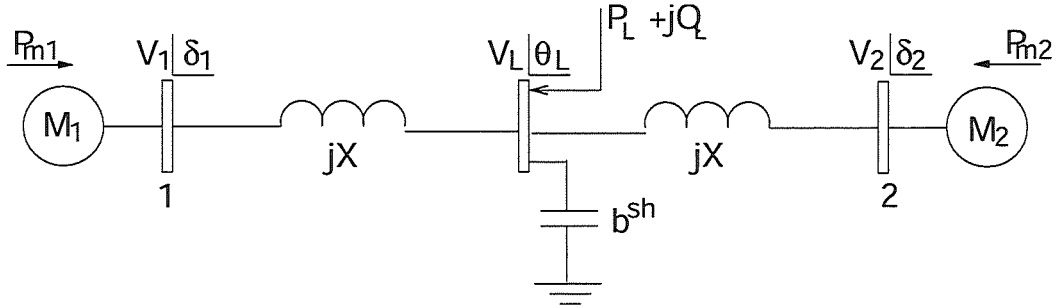


Figura 4: Sistema de Potência 2

Uma análise mais cuidadosa da função μ nos revela a possibilidade de evitarmos a bifurcação por intermédio de compensação de reativos na barra 2. A inserção de um capacitor shunt na barra 2 modifica B_{22} e eleva o nível de potência no qual as bifurcações ocorrem. A curva tracejada na figura 3 é a nova curva de bifurcação quando um capacitor shunt de 0.2 p.u. é adicionado à barra 2.

O exemplo 1 é o exemplo mais simples onde verifica-se a ocorrência de uma bifurcação estática em sistemas de potência. A formulação utilizada no exemplo 1 é a formulação tradicional dos estudos de colapso de tensão. A seguir apresentaremos um exemplo onde formulamos o problema de forma mais geral para estudar tanto o problema de estabilidade de ângulo como o problema de estabilidade de tensão.

Exemplo 2

Considere o sistema de dois geradores e uma barra de carga da figura 4. Utilizando o modelo clássico para os geradores e modelando a carga por uma potência constante,

obtêm-se o seguinte conjunto de equações algébricas-diferenciais:

$$\begin{aligned}
M_1 \ddot{\delta}_1 &= P_{m1} - \frac{V_1 V_L}{X} \sin(\delta_1 - \theta_L) \\
M_2 \ddot{\delta}_2 &= P_{m2} - \frac{V_2 V_L}{X} \sin(\delta_2 - \theta_L) \\
0 &= P_L - \frac{V_L V_1}{X} \sin(\theta_L - \delta_1) - \frac{V_L V_2}{X} \sin(\theta_L - \delta_2) \\
0 &= Q_L + (B^{sh} - \frac{2}{X}) V_L^2 + \frac{V_L V_1}{X} \cos(\theta_L - \delta_1) + \frac{V_L V_2}{X} \cos(\theta_L - \delta_2)
\end{aligned} \tag{5.13}$$

onde M_i , P_{mi} e V_i ($i = 1, 2$) são parâmetros constantes e representam respectivamente a inércia, a potência mecânica injetada e o módulo de tensão do i -ésimo gerador. Os parâmetros da rede X e b^{sh} representam respectivamente a reatância indutiva das linhas de transmissão e a susceptância do capacitor "shunt". As variáveis δ_1 e δ_2 estão associadas aos desvios de ângulo dos rotores dos geradores e V_L e θ_L são variáveis associadas a rede de transmissão e representam respectivamente o módulo e o ângulo de fase da tensão na barra de carga L .

O conjunto de equações (5.13) pode ser colocado numa forma mais compacta conforme equação (4.3). Neste caso, as dinâmicas da carga foram desprezadas e portanto $\dot{y} = 0$ e a função g é o operador identidade. Neste exemplo vamos identificar situações de bifurcações que levam o sistema ao colapso de maneiras distintas.

Para simplificar a notação, façamos $M_1 = M_2 = 1$, $V_1 = V_2 = 1$ e $X = 1$. Com isto temos o seguinte conjunto de equações:

$$\begin{aligned}
\ddot{\delta}_1 &= P_{m1} - V_L \sin(\delta_1 - \theta_L) \\
\ddot{\delta}_2 &= P_{m2} - V_L \sin(\delta_2 - \theta_L) \\
0 &= P_L - V_L \sin(\theta_L - \delta_1) - V_L \sin(\theta_L - \delta_2) \\
0 &= Q_L + (B^{sh} - 2) V_L^2 + V_L \cos(\theta_L - \delta_1) + V_L \cos(\theta_L - \delta_2)
\end{aligned} \tag{5.14}$$

Tomando δ_1 como referência para medida de ângulo e definindo $\delta_{21} := \delta_2 - \delta_1$ e $\delta_{L1} := \delta_L - \delta_1$ obtém-se, subtraindo a primeira equação da segunda, o seguinte conjunto de equações:

$$\begin{aligned}
\ddot{\delta}_{21} &= \Delta P - V_L \sin(\delta_{21} - \delta_{L1}) - V_L \sin(\delta_{L1}) \\
0 &= P_L - V_L \sin(\delta_{L1}) - V_L \sin(\delta_{L1} - \delta_{21}) \\
0 &= Q_L + (B^{sh} - 2) V_L^2 + V_L \cos(\delta_{L1}) + V_L \cos(\delta_{L1} - \delta_{21})
\end{aligned} \tag{5.15}$$

onde as variáveis de estados são δ_{21} , δ_{L1} e V_L e os parâmetros são P_L , Q_L , B^{sh} e $\Delta P := P_{m2} - P_{m1}$. Definindo a seguinte mudança de coordenadas, $\alpha := \frac{2\delta_{L1} - \delta_{21}}{2}$ e $\beta := \frac{\delta_{21}}{2}$, obtém-se o seguinte conjunto de equações nas novas variáveis:

$$\begin{aligned}
\ddot{\beta} &= \frac{\Delta P}{2} - V_L \sin \beta \cos \alpha \\
0 &= P_L - 2V_L \sin \alpha \cos \beta \\
0 &= Q_L + (B^{sh} - 2) V_L^2 + 2V_L \cos \alpha \cos \beta
\end{aligned} \tag{5.16}$$

que de forma compacta podemos escrever como:

$$\ddot{x} = f(x, y, \lambda) \tag{5.17}$$

$$0 = g(x, y, \lambda) \tag{5.18}$$

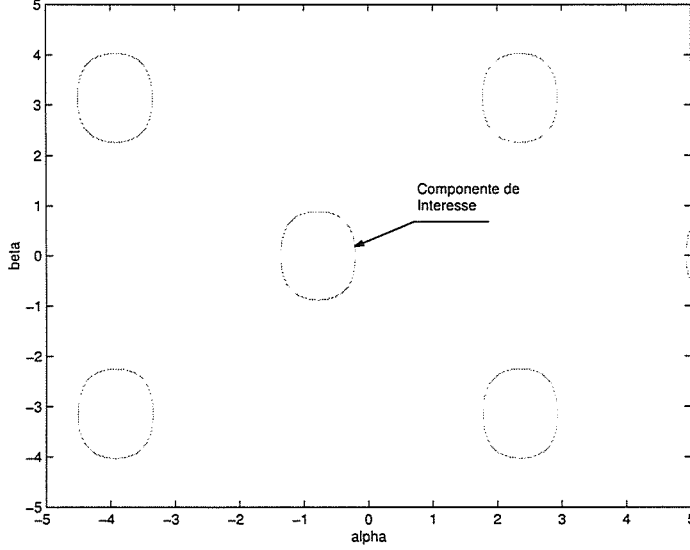


Figura 5: Variedade de configuração gerada a partir da equação (5.18) para $P_L = -0,4$; $Q_L = 0$ e $B^{sh} = 0$.

onde $x = \beta$, $y = (\alpha, V_L)$ e $\lambda = (P_L, Q_L, B^{sh}, \Delta P)$.

A equação algébrica (5.18) é uma restrição que define variedades no espaço das variáveis β, α e V_L . Estas variedades se repetem periodicamente nas variáveis β e α conforme mostrado na figura 5 para $P_L = -0,4$, $Q_L = 0$ e $B^{sh} = 0$. Neste problema estamos interessados em estudar apenas uma componente conexa destas variedades. A figura 6 apresenta a componente conexa de interesse no espaço das variáveis β, α e V_L .

Defina M_λ , a variedade de interesse na análise em questão, como sendo:

$$M_\lambda := \{(x, y) \in \mathbb{R}^3 : g(x, y, \lambda) = 0\}$$

O campo vetorial f define, de maneira implícita, um campo vetorial $X(x, y) : M \rightarrow TM(x, y)$, isto é:

$$\Pi X(x, y) = f(x, y)$$

onde Π é o operador projeção. O fluxo deste campo vetorial está apresentado na figura 6. Para $\Delta_P = 0$, existem 2 equilíbrios estáveis indicados nesta mesma figura pelas bolinhas vermelha e preta. A bolinha preta indica o ponto de equilíbrio de alta tensão. Este é o ponto de operação normal do sistema. A bolinha vermelha corresponde ao ponto de equilíbrio de baixa tensão. Quando $\Pi TM(x, y) = \mathbb{R}^n$, a função f define de maneira única o campo X . Problemas ocorrem quando $\Pi TM(x, y) \subset \mathbb{R}^n$ mas $\Pi TM(x, y) \neq \mathbb{R}^n$ e f é transversal a ΠTM . Neste caso, não é possível determinar X a partir de f . O ponto $(x, y) \in M$ no qual este problema ocorre é chamado de um ponto singular do sistema (5.17)-(5.18). Os pontos de singularidade do sistema em estudo estão apresentados na figura 6 em verde.

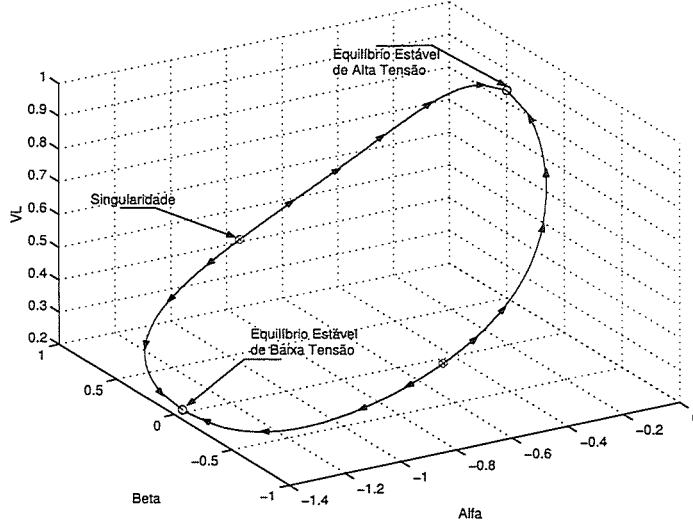


Figura 6: Componente conexa de interesse da variedade de configuração gerada a partir da equação (5.18) para $P_L = -0,4$; $Q_L = 0$ e $B^{sh} = 0$.

A seguinte proposição caracteriza os pontos singulares em função do Jacobiano da função g .

Proposition 5.1 *O conjunto de pontos singulares do sistema (5.17)-(5.18) é o conjunto $M_o := \{(x, y) \in M : g(x, y) = 0, \det D_2 g(x, y) = 0\}$*

Suponha que inicialmente o sistema está operando com uma carga ($P_L = -0,2$, $Q_L = 0$). e que $B^{sh} = 0$, ou seja, não há capacitor de compensação de reativos conectado na barra de carga. Suponha também que os geradores dividem a carga equalitariamente de tal forma que $\Delta_P = 0$. Vamos imaginar que a carga ativa P_L cresce lentamente. À medida que a carga vai aumentando, a variedade de configuração M_λ vai encolhendo. Como a variação de carga é lenta, podemos supor que o sistema permanece operando no ponto de equilíbrio de alta tensão. Isto ocorre até P_L atingir o valor -1 . Neste instante, a variedade M_λ é constituída de um único ponto de equilíbrio degenerado. Qualquer incremento em P_L faz com que $M_\lambda = \emptyset$. Isto caracteriza uma bifurcação.

A variedade M_λ é apresentada para vários valores de P_L na figura 7. Devido a dinâmicas de carga desprezadas, após a ocorrência da bifurcação, o sistema apresenta uma dinâmica caracterizada pelo colapso de tensão. Na figura 8, apresenta-se o comportamento dinâmico das variáveis em função do tempo. Conforme a carga aumenta, o módulo da tensão na barra de carga, representada pela curva verde, diminui lentamente até um certo momento em que observa-se um declínio brusco denominado colapso de tensão. Neste exemplo, o colapso de tensão ocorre sem a perda de sincronismo dos geradores. Esta situação, embora peculiar, permite caracterizar o fenômeno colapso de tensão como um problema distinto do problema de perda de sincronismo.

Pode-se verificar que a bifurcação que ocorre neste caso é uma bifurcação sela-nó. Apenas um autovalor da matriz Jacobiana torna-se nulo no instante em que $P_L = -1$.

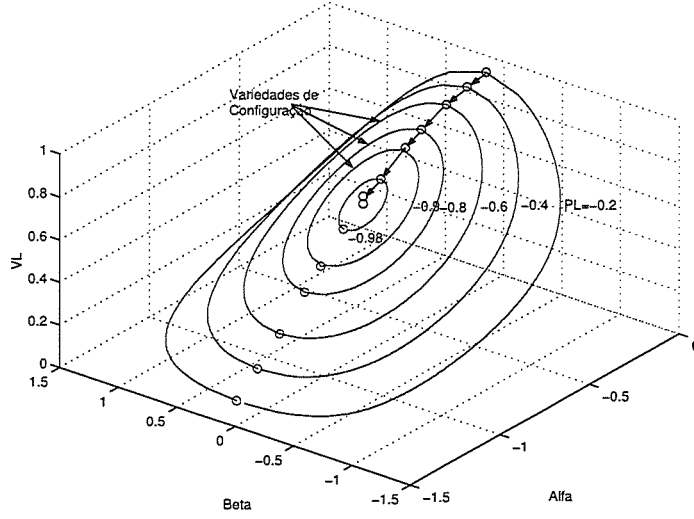


Figura 7: Variedades de configuração para diferentes valores de carga P_L com $Q_L = 0$, $B^{sh} = 0$. Os equilíbrios do sistema são apresentados para $\Delta_P = 0$.

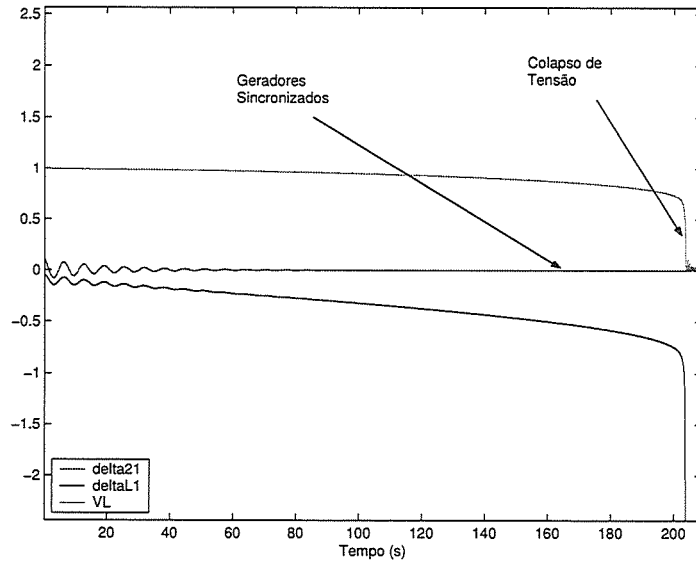


Figura 8: Dinâmica do colapso de tensão devido a um crescimento lento de carga.

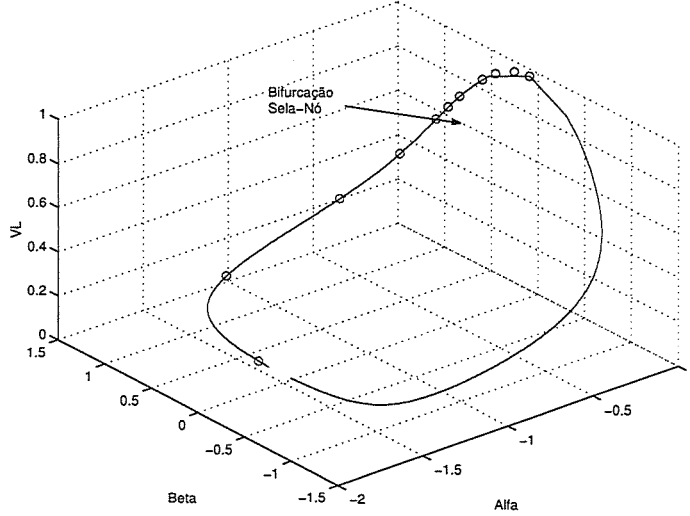


Figura 9: Variedade de configuração para $P_L = -0.1$, $Q_L = 0$, $B^{sh} = 0$. Os equilíbrios do sistema são apresentados para vários valores de ΔP .

Em geral, os engenheiros associam o problema de bifurcações sela-nó com o fenômeno de colapso de tensão. Entretanto, isto não é verdade. Podem ocorrer bifurcações sela-nó em que a instabilidade caracteriza-se fundamentalmente pela perda de sincronismo entre as máquinas. No próximo caso, vamos imaginar que a carga seja constante e que o intercâmbio de potência ΔP entre o gerador 1 e 2 esteja aumentando. Neste caso a variedade de configuração M_λ permanece constante conforme apresentado na figura 9. Conforme a carga vai aumentando, os dois equilíbrios vão se deslocando em cima de M_λ . Enquanto o equilíbrio de baixa tensão está abaixo do ponto de singularidade, ele é um ponto de equilíbrio estável. Ao cruzar a singularidade, o ponto de equilíbrio de alta tensão se torna um ponto de equilíbrio instável. Com o aumento progressivo de ΔP o ponto de equilíbrio de alta tensão (bolinha preta) coalesce com o ponto de equilíbrio de baixa tensão (bolinha vermelha) numa bifurcação sela nó.

Embora a bifurcação seja também sela-nó com um único autovalor nulo no ponto de bifurcação, a maneira como ela se processa é um pouco diferente. Neste caso, a variedade de configuração continua existindo mesmo após a bifurcação. O problema é que a equação dinâmica induz um campo vetorial nesta variedade que deixa de possuir equilíbrios após a ocorrência da bifurcação. Após a ocorrência da bifurcação, o sistema apresenta uma dinâmica caracterizada pela perda de sincronismo entre geradores. Na figura 10, apresenta-se o comportamento dinâmico das variáveis em função do tempo. Conforme a carga aumenta, a diferença angular entre os geradores, representada pela curva vermelha, cresce lentamente até um certo momento em que a máxima capacidade de transferir potência entre os geradores é atingida e o ângulo δ_{21} passa a crescer de forma muito acentuada e independente do crescimento de carga. Esta situação caracteriza a perda de sincronismo entre os geradores. Verificam-se oscilações muito rápidas nas variáveis da rede como consequência da perda de sincronismo entre os geradores.

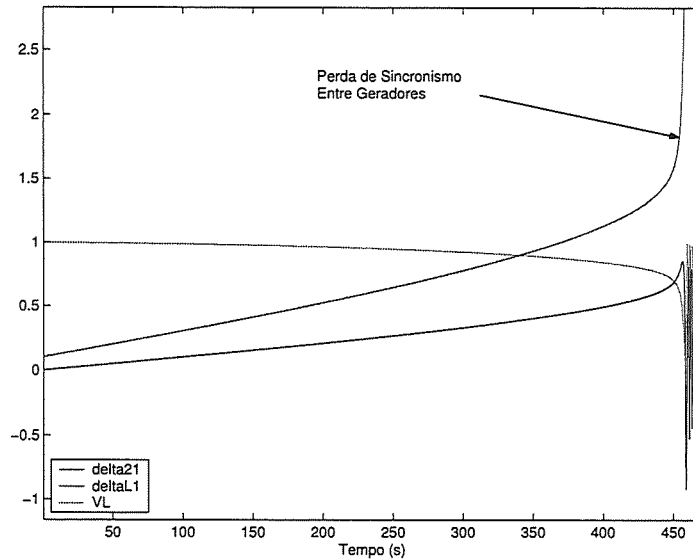


Figura 10: Dinâmica da perda de sincronismo devido a um crescimento lento de carga.

Os exemplos anteriores utilizam sistemas de pequeno porte para ilustrar a ocorrência de bifurcações. O grande desafio dos engenheiros de potência é prever a ocorrência de bifurcações em sistemas elétricos de potência de grande porte. Embora existam algumas propostas, este problema continua aberto a novas contribuições.

6 Conclusões

Neste texto apresentou-se a formulação geral do problema de estabilidade em sistemas elétricos de potência. Estudou-se em uma única formulação geral tanto o problema de estabilidade de tensão como o de estabilidade de ângulo. O problema de singularidades foi analisado para um sistema de pequeno porte e os mecanismos que levam este sistema ao colapso por bifurcações sela-nó foram ilustrados. Prever a ocorrência de bifurcações em sistemas de grande porte é atualmente o grande desafio dos engenheiros para evitar a ocorrência de blecautes.

7 Agradecimentos

Este trabalho foi parcialmente financiado pela FAPESP e CNPq.

Referências

- [1] Bretas, N.G. and ALberto, L.F.C. (2000). Estabilidade Transitória em Sistemas Eletroenergéticos. *Editora da Escola de Engenharia de São Carlos - USP*, 2000, 155

p.

- [2] Chiang, H.D. and Dobson, I. (1989). Towards a theory of Voltage Collapse in Electric Power Systems. *Systems and Control Letters*, v.13, Sep 1989, pp. 253-262.
- [3] Costa, V.F. and Silva, L.C.P. (1998). Voltage Stability Including Detailed Induction Motor Models. *Proceedings of the Midwest Symposium on Circuits and Systems*, Aug 1998, pp. 9-12.
- [4] Dobson, I. (1992). Observation on the Geometry of Saddle Node Bifurcation and Voltage Collapse in Electrical Power Systems. *IEEE Trans. on Circuits and Systems*, v.39, n.3, Mar 1992, pp. 240-244.
- [5] Kwatny, H.G., Pasrija A.K. and Bahar, L.Y. (1985). Static Bifurcations in Electric Power Networks: Loss of Steady State Stability and Voltage Collapse. *IEEE Trans. on Circuits and Systems*, v.CAS-33, n.10, Oct 1985, pp.981-991.
- [6] Martins, A.C.P. (2000). Simulação Estática do Colapso de Tensão Através da Resolução Continuada de um Fluxo de Carga Modificado. *Dissertação de Mestrado EESC-USP*, 2000, 54p.
- [7] Pal, M.K. (1992). Voltage Stability Conditions Considering Load Characteristics. *IEEE Trans. on Power Systems*, v. 7, n.1, Feb 1992, pp. 243-249.
- [8] Prapost, K.L. and Loparo, K.A. (1994). An Energy Function Method for Determining Voltage Collapse During a Power System Transient. *IEEE Trans. on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, v. 41, n.10, Oct 1994, pp. 615-651.
- [9] Sastry, S.S. and Desoer, C.A. (1981). Jump Behavior of Circuits and Systems. *IEEE Trans. on Circuits and Systems*, v. CAS-28, n.12, Dez 1981, pp. 1109-1120.
- [10] Xu, W. and Mansour, Y. (1994). Voltage Stability Analysis Using Generic Dynamic Load Models. *IEEE Trans. on Power Systems*, v.9, n.1, Feb 1994, pp. 479-493.