

TEMÁRIO:

1. Bacias Hidrográficas Compartilhadas

- Gestão de recursos transfronteiriços

2. Gestão de Recursos Hídricos

- Aspectos sociais e gestão participativa
- Aspectos econômico-financeiros da gestão
- Aspectos legais e institucionais da gestão
- Comitês, agências e consórcios de bacias
- Outorga e cobrança pelo uso dos recursos hídricos
- Planos diretores de recursos hídricos
- Gestão da oferta e demanda dos recursos hídricos
- Enquadramento dos cursos de água

3. Sistemas de Informações em Recursos Hídricos

- Sistemas de aquisição, armazenamento e processamento de informações
- Redes de monitoramento de qualidade e análise de dados
- Regionalização de dados
- Sistemas de informação geográfica (SIGs)
- Sensoriamento remoto
- Novas tecnologias LIDAR (laser)

4. Sistemas de Recursos Hídricos

- Modelos hidrológicos
- Modelos de qualidade de água
- Sistemas de auxílio à decisão
- Sistemas de planejamento e operação de reservatórios
- Técnicas de otimização e simulação
- Hidrologia estocástica

5. Hidrometeorologia

- Previsões hidrometeorológicas
- Modelos climáticos
- Mudanças climáticas globais

6. Desenvolvimento Sustentável

- Sistemas de gestão ambiental
- Aspectos ambientais da gestão de recursos hídricos
- Impactos da urbanização sobre os recursos hídricos
- Mitigação e avaliação de impactos ambientais
- Conflitos de usos múltiplos
- Desenvolvimento rural, agricultura e irrigação
- Energias alternativas

7. Drenagem

- Modelos de simulação
- Macro e micro-drenagem
- Controle de cheias

8. Hidráulica Aplicada

- Análise e risco de segurança de obras hidráulicas
- Morfologia fluvial
- Produção e transporte de sedimentos
- Operação e manutenção de obras hidráulicas
- Mecânica dos fluidos ambiental
- Modelos computacionais

9. Gestão de Áreas Costeiras

- Processos litorâneos
- Obras marítimas e fluviais
- Hidráulica marítima

10. Águas Subterrâneas

- Vulnerabilidade e proteção de aquíferos
- Escoamentos subterrâneos
- Hidrogeoquímica
- Gestão dos aquíferos



DESAFIOS À GESTÃO DA ÁGUA NO LIMAR DO SÉCULO XXI



ABRH
ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE RECURSOS HÍDRICOS

Produzido por: **Video Congress** - www.videocongress.com.br
suporte técnico: video@videocongress.com.br / tel: 11 - 6163-3244



SHS
06
01
04

USO DA INFERÊNCIA BAYESIANA NA DETERMINAÇÃO DE PARÂMETROS DE MODELOS PERIÓDICOS AUTO-REGRESSIVOS

G633u

Maria Helena Rodrigues Gomes¹ & Fazal Hussain Chaudry²

Resumo - O presente trabalho tem por objetivo apresentar a análise de séries temporais hidrológicas através da abordagem bayesiana na estimativa de parâmetros sazonais dos modelos periódicos auto-regressivos (PAR). Os estimadores bayesianos foram comparados com os estimadores de máxima verossimilhança e a previsão para 12 meses realizada. Os resultados foram comparados por meio de gráficos, tabelas e erros de previsão. Para ilustrar o problema as séries escolhidas foram as séries hidrológicas da Usinas Hidroelétricas de Furnas e Emborcação.

Abstract - The objective of this paper is to show the bayesian analysis of hydrological time series to estimate of sazonal parameters of periodic autoregressive models (PAR). The bayesian estimators are then compared with maximum likelihood estimators and the forecast for 12 months is made. The results are compared though graphs, tables and forecast error. The hydrological time series chosen were from Furnas and Emborcação Hydroelectric Power Plant.

Palavras-chave - modelos PAR, hidrologia estocástica, inferência bayesiana

INTRODUÇÃO

Os problemas referentes à disponibilidade hídrica tem gerado grande preocupação em todo o mundo, o que tem levado à necessidade de projetos de gestão, gerenciamento e planejamento do uso dos recursos hídricos. Com o objetivo de solucionar esses problemas, muitas pesquisas têm sido realizadas na tentativa de simular o comportamento futuro dos recursos hídricos com a finalidade de estabelecer metas de consumo aliadas à produção de água sem que haja prejuízo para o homem, o meio ambiente e o desenvolvimento econômico e social das regiões. Para alcançar este objetivo, muitos métodos para geração de séries sintéticas foram criados, e são largamente utilizados. Os modelos

¹ Prof.ª. Dr.ª. da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Engenharia Civil; Av. Padre Francis Cleto Cox, 1661; CEP 37701-355; Poços de Caldas; MG, Brasil; Tel.: (35) 3697-3017- Fax: (35) 3697-3001; e-mail: mhrgomes@pucpcaldas.br

² Professor Dr. da Escola de Engenharia de São Carlos – USP; Departamento de Hidráulica e Saneamento, Av. Dr. Carlos Botelho, 400; Centro; CEP 13560-250; São Carlos; SP; Brasil; Tel: (16) 273-9552 - Fax: (16) 273-9550; e-mail: fazal@sc.usp.br

1355030
120204

SYSNO	1355030
PROD	003315
ACERVO EESC	

matemáticos utilizados com a finalidade de gerar séries hidrológicas estão vinculados aos graus de incerteza devido aos horizontes de planejamento e cada vez mais busca-se modelos de previsão com reduzido erro.

Diversos modelos estocásticos são apresentados na literatura (BOX et al. 1995), os modelos auto-regressivos periódicos (PAR) cujos parâmetros variam de acordo com a sazonalidade (os parâmetros variam para cada modelo mensal) foram escolhidos para investigação. Na análise de um modelo, uma etapa importante é a estimativa dos parâmetros dos modelos pois uma escolha equivocada pode gerar uma representação inadequada da série. Dentre os métodos para determinação dos parâmetros de modelos auto-regressivos, já exaustivamente investigados, podem-se citar, o método dos momentos, dos mínimos quadrados e o método de máxima verossimilhança. Entretanto, um outro método para análise e inferência de séries temporais, inclusive de séries temporais hidrológicas, tem despertado interesse de alguns pesquisadores são os métodos bayesianos.

Os métodos bayesianos foram empregadas como uma alternativa para a redução do esforço computacional no cálculo das estimativas paramétricas dos modelos PAR e têm por finalidade a obtenção de resultados mais precisos do aqueles obtidos por outros métodos, ou seja, estimativas paramétricas melhores, já que nos casos de séries temporais geralmente tem-se amostras pequenas para ajuste de modelos PAR. Dentre os diferentes métodos para estimar os parâmetros dos modelos foi escolhido o método de máxima verossimilhança, para uma análise comparativa, por ser um método amplamente utilizado e que fornece bons resultados. Neste método, os parâmetros de um modelo são fixados como constantes. Enquanto que na teoria da inferência bayesiana, os parâmetros são considerados variáveis aleatórias.

Este trabalho tem por finalidade avaliar e estimar os parâmetros dos modelos periódicos auto-regressivos (PAR), para séries de vazões médias mensais, via estatística bayesiana e compará-las com as estimativas paramétricas de máxima verossimilhança. As séries hidrológicas utilizadas são as séries de vazões médias mensais das usinas hidroelétricas de Furnas e Emborcação que fazem parte do Sistema Sudeste Brasileiro de geração de energia elétrica.

APRESENTAÇÃO DO MODELO

O modelo utilizado faz parte da classe de modelos auto-regressivos (AR), porém levando-se em consideração sua componente periódica. A família de modelos auto-regressivos periódicos - PAR(p_m) foi, originalmente, introduzida por THOMAS & FIERING (1962) para modelação e simulação de séries de vazões mensais. De acordo com McLEOD (1992), o modelo PAR de ordens p_m pode ser definido como:

$$a_{t(r,m)} = Z_{t(r,m)} - \sum_{i=1}^{p_m} \phi_{i,m} Z_{t(r,m)-i}, \quad t(r,m) \geq p_m + 1 \quad (1)$$

onde:

- Z_t são as observações consecutivas de uma série temporal periódica com período s ;
- $t (=1, \dots, ns)$ é o índice de tempo que pode ser escrito como uma função do número de anos r e o número de meses m , ou seja, $t = t(r,m) = (r-1)s + m$;
- s é o período (por exemplo, se $s = 12$, a série possui período de 12 meses);
- n é o comprimento da série;
- r é o conjunto de todos os anos da série ($r = 1, \dots, n$);
- m representa o número de meses do ano ($m = 1, \dots, s$).
- p_m é a ordem do modelo;
- $a_{t(r,m)}$ é o ruído branco com $N(0, \tau_m^{-1})$ onde $\tau_m^{-1} = \sigma_m^2 = \tau_m > 0$

Seleção do modelo mais adequado

A etapa inicial para análise dos modelos é a escolha do modelo mais parcimonioso, isto é, determinar o valor da ordem do modelo - p_m consistindo em escolher o número adequado de parâmetros. A escolha de um valor pequeno pode levar a uma representação equivocada da série, porém um valor muito elevado pode gerar um alto grau de complexidade do modelo, ou ainda muitos modelos podem se mostrar igualmente adequados para representar a série. Para a seleção do modelo que possua o número de parâmetros mais adequado e que atenda ao critério de parcimônia apresentado por BOX et al. (1994), foram usados o Critério de Informação Bayesiano (BIC) e o Critério de Informação de Akaike (AIC) que estão os mais comumente usados, e são apresentados a seguir:

$$AIC = \ln(\hat{\sigma}_m^2) + \frac{2M}{n_m} \quad (2)$$

$$BIC = \sum_{m=1}^s BIC_m \quad \text{onde} \quad BIC_m = -\ln \hat{\tau}_m^{-1} + M \frac{\ln(n_m)}{n_m} \quad (3)$$

onde: $\hat{\sigma}_m^2$ denota a estimativa de σ^2 pela função de máxima verossimilhança, $M=p_m+1$ é o número de parâmetros do modelo; n_m é o tamanho da série para cada mês e $\hat{\tau}_m$ denota a estimativa da variância.

DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS DO MODELO

A função de verossimilhança $L_m(Z_m|\phi_m)$ onde Z_m representa a série padronizada e $\Phi_m = (\phi_{m,1}, \phi_{m,2}, \dots, \phi_{m,p}, \tau_m)$ é o vetor de parâmetros desconhecidos do modelo. A função de verossimilhança para um mês m é dada pela seguinte equação:

$$L_m(\Phi_m, \tau_m | Z_m) \propto \left\{ \tau_m^{(n-p_m)/2} \exp\left(-\frac{\tau_m}{2} (Z_m - X_m \Phi_m)' (Z_m - X_m \Phi_m)\right) \right\} \quad (4)$$

$$\text{sendo: } Z_m = \begin{bmatrix} Z_{s+m} \\ Z_{2s+m} \\ \vdots \\ Z_{(n-1)s+m} \end{bmatrix} \quad X_m = \begin{bmatrix} Z_{s+m-1} & Z_{s+m-2} & \cdots & Z_{s+m-1} \\ Z_{2s+m-1} & Z_{2s+m-2} & \cdots & Z_{2s+m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Z_{(n-1)s+m-1} & Z_{(n-1)s+m-2} & \cdots & Z_{(n-1)s+m-1} \end{bmatrix} \quad \Phi_m = \begin{bmatrix} \phi_{1,m} \\ \phi_{2,m} \\ \vdots \\ \phi_{p,m} \end{bmatrix}$$

Para o modelo PAR, a função de verossimilhança é o produto das funções (eq.4) para todos os meses e é apresentada em sua forma matricial:

$$L_m(\Phi_1, \dots, \Phi_{12}, \tau_1, \dots, \tau_{12} | Z_m) \propto \prod_{m=1}^{12} \left\{ \tau_m^{(n-p_m)/2} \exp\left(-\frac{\tau_m}{2} (Z_m - X_m \Phi_m)' (Z_m - X_m \Phi_m)\right) \right\} \quad (5)$$

Os cálculos serão feitos usando-se somente a eq.(4) pela possibilidade de assumir a independência entre parâmetros, o que resulta em se trabalhar com uma função para cada mês.

Estimadores de máxima verossimilhança - EMV

Os valores que maximizam a eq.(4) são denominados de estimadores de máxima verossimilhança (EMV) e são obtidos usando-se o logaritmo natural da eq.(4) e as suas derivadas parciais em função dos parâmetros Φ e τ . Os EMV são mostrados abaixo:

$$\hat{\Phi}_m = (X_m' X_m)^{-1} (X_m' Z_m) \quad (6)$$

$$\hat{\tau}_m = \frac{1}{n_m} (Z_m - X_m \hat{\Phi}_m)' (Z_m - X_m \hat{\Phi}_m) \quad (7)$$

$$\text{A estimativa de } Z \text{ é dada por } \hat{Z}_m = X_m \hat{\Phi}_m \quad (8)$$

Estimadores bayesianos exatos – EBEx

Na teoria da inferência bayesiana, os parâmetros de um modelo são considerados variáveis aleatórias, para os quais temos alguma informação *a priori*, resumida na densidade de probabilidade

a priori que expressa a incerteza sobre estes parâmetros e a densidade a posteriori mostra a distribuição da variável aleatória ϕ após as variáveis terem sido observadas.

O grau de conhecimento a respeito dos parâmetros do modelo foi avaliado pelas funções de densidade a priori informativas. Neste trabalho foram consideradas as densidades a priori informativas Normal e Gama. A função de densidade conjunta é dada por:

$$\pi_0(\Phi_m, \tau_m) \propto \tau_m^{\frac{pm}{2} + \alpha_m - 1} \exp\left\{ \frac{\tau_m}{2} (\Phi_m - \mu_m)' P_m (\Phi_m - \mu_m) + 2B_m \right\} \quad (9)$$

onde:

- $\alpha_m = \frac{n_m - p_m}{2}$
- $B_m(\Phi_m) = \left[\Phi_m - (X_m' X_m D_m)^{-1} (X_m' Z_m + P_m \mu_m) \right]^{-1} \times (X_m' X_m + P_m)^{-1} (X_m' Z_m + P_m \mu_m)$
- P_m e μ_m são respectivamente, a matriz identidade e a matriz de parâmetros iniciais

A densidade a posterior de Φ_m e τ_m foi usando-se o teorema de Bayes e a priori Normal-Gama.

$$\pi(\tau_m | Z_m) \propto \tau_m^{\left(\frac{n_m + 2\alpha_m}{2}\right) - 1 + \frac{p_m}{2}} \exp\{-\tau_m D_m\} \quad (10)$$

onde :

$$D_m = B_m + \frac{(Z_m' Z_m + \mu_m' P_m \mu_m)}{2} - \frac{(X_m' Z_m + P_m \mu_m)(X_m' X_m P_m)^{-1}(X_m' Z_m + P_m \mu_m)}{2}$$

A densidade a posteriori conjunta do parâmetro τ_m é uma distribuição Gama e Φ_m é uma distribuição Normal. Integrando a função densidade de probabilidade a posteriori em relação aos parâmetros Φ_m e τ_m , obtêm-se os estimadores bayesianos dados por:

$$\hat{\Phi}_m = E(\Phi_m | Z_m) = (X_m' X_m + P_m)^{-1} (X_m' Z_m + P_m \mu_m) \quad (11)$$

$$\hat{\tau}_m = E(\tau_m | Z_m) = (n_m - p_m + 2\alpha_m)(2D_m)^{-1} \quad (12)$$

PREVISÃO

A verificação do uso de estimadores bayesianos para determinação dos parâmetros do modelo foi realizada comparando-se a geração de dados da série para 12 meses para estes estimadores e os EMV. As séries hidrológicas de vazões médias mensais dos reservatórios das Usinas Hidrelétricas de Furnas e Emborcação que fazem parte do Sistema Sudeste Brasileiro de geração de energia elétrica.

Cálculo dos erros

Após a determinação dos parâmetros do modelo pelos EMV e bayesianos dos modelos PAR, a geração de dados para 12 meses foi realizada e comparada por meio de uma avaliação dos erros. As medidas de avaliação dos erros, de acordo com ANDRADE FILHO (2001), mais usadas são: Raiz do Erro Quadrático Médio (REQM), Erro Absoluto Percentual Médio (EAPM) e Erro Absoluto Percentual Máximo (EAPMax). Os erros foram calculados usando-se as equações abaixo:

$$REQM = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [(Z_{obs(t+k)} - Z_{prev(t+k)})^2]} \quad (13)$$

$$EAPM(\%) = \frac{100}{N} \sum_{k=1}^N \left| \frac{Z_{obs(t+k)} - Z_{prev(t+k)}}{Z_{obs(t+k)}} \right| \quad (14)$$

$$EAPMax(\%) = 100 \max_{k=1, \dots, N} \left\{ \left| \frac{Z_{obs(t+k)} - Z_{prev(t+k)}}{Z_{obs(t+k)}} \right| \right\} \quad (15)$$

RESULTADOS

Ordem do modelo

Os valores dos critérios AIC e BIC para cada mês de cada série hidrológica foram determinados e estão apresentadas na Tabela 1.

TABELA 1: Valores das ordens para cada mês inferidas para as séries hidrológicas para o modelo PAR

Série/Mês	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
Furnas	1	2	1	3	3	1	2	1	4	6	1	2
Emborcação	1	2	1	1	3	1	2	3	1	1	2	1

Estimadores de máxima verossimilhança - EMV

Os parâmetros para cada mês foram calculados pelos estimadores de máxima verossimilhança (EMV) considerando as ordens da Tabela 1. Para cálculo dos EMV foram usadas as eq.(6) e (7) e os resultados foram reunidos nas Tabelas 2 e 3.

TABELA 2: Valores dos parâmetros do modelo PAR da série de Furnas calculados pelos EMV

Mês	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	ϕ_4	ϕ_5	ϕ_6	τ_c
Jan	0,5969	-	-	-	-	-	1,5311
Fev	0,6386	-0,1870	-	-	-	-	1,5796
Mar	0,6238	-	-	-	-	-	1,6044
Abr	0,5446	0,1373	0,2617	-	-	-	3,0610
Mai	0,5363	0,1833	0,3125	-	-	-	5,6354
Jun	0,8741	-	-	-	-	-	4,0658
Jul	0,5976	0,3823	-	-	-	-	9,4282
Ago	0,9454	-	-	-	-	-	9,1079
Set	0,6048	0,1884	0,6420	-0,5889	-	-	4,9299
Out	0,3376	-0,2654	0,4473	0,6277	0,0680	-0,4085	3,9917
Nov	0,7850	-	-	-	-	-	2,5913
Dez	0,3565	0,3891	-	-	-	-	1,9494

TABELA 3: Valores dos parâmetros do modelo PAR da série de Emborcação calculados pelos EMV

Mês	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	ϕ_4	ϕ_5	ϕ_6	τ_c
Jan	0,4172	-	-	-	-	-	1,2030
Fev	0,7343	-0,1925	-	-	-	-	2,0058
Mar	0,4984	-	-	-	-	-	1,4517
Abr	0,6853	-	-	-	-	-	2,1160
Mai	0,6864	0,1436	0,2476	-	-	-	8,1353
Jun	0,8915	-	-	-	-	-	4,4008
Jul	0,6900	0,2924	-	-	-	-	17,3241
Ago	0,8363	-0,2047	0,3281	-	-	-	14,5241
Set	0,8239	-	-	-	-	-	4,5060
Out	0,4858	-	-	-	-	-	1,3078
Nov	0,6043	-0,3118	-	-	-	-	1,3665
Dez	0,5187	-	-	-	-	-	1,3850

Estimadores bayesianos exatos – EBEx

Os estimadores bayesianos exatos (EBEx) foram determinados pelas equações (11) e (12) e estão reunidos nas Tabelas 4 e 5.

TABELA 4: Valores dos parâmetros do modelo PAR da série de Furnas calculados pelos EBEx

Mês	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	ϕ_4	ϕ_5	ϕ_6	τ_c
Jan	0,5994	-	-	-	-	-	1,5311
Fev	0,6337	-0,1786	-	-	-	-	1,5796
Mar	0,626	-	-	-	-	-	1,6044
Abr	0,548	0,1381	0,2565	-	-	-	3,061
Mai	0,5436	0,1815	0,3049	-	-	-	5,6354
Jun	0,8724	-	-	-	-	-	4,0658
Jul	0,6099	0,3685	-	-	-	-	9,4282
Ago	0,9427	-	-	-	-	-	9,1079
Set	0,6033	0,1955	0,5763	-0,5280	-	-	4,9299
Out	0,3698	-0,1869	0,3548	0,5682	0,0762	-0,3652	3,9917
Nov	0,7846	-	-	-	-	-	2,5913
Dez	0,3731	0,3730	-	-	-	-	1,9494

TABELA 5: Valores dos parâmetros do modelo PAR da série de Emborcação calculados pelos EBEx

Mês	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	ϕ_4	ϕ_5	ϕ_6	τ_c
Jan	0,4216	-	-	-	-	-	1,203
Fev	0,7343	-0,1925	-	-	-	-	2,0058
Mar	0,5016	-	-	-	-	-	1,4517
Abr	0,6856	-	-	-	-	-	2,116
Mai	0,688	0,1425	0,2443	-	-	-	8,1353
Jun	0,8885	-	-	-	-	-	4,4008
Jul	0,6989	0,2811	-	-	-	-	17,3241
Ago	0,7838	-0,1406	0,3144	0	0	-	14,5241
Set	0,8219	-	-	-	-	-	4,506
Out	0,4896	-	-	-	-	-	1,3078
Nov	0,6016	-0,3035	-	-	-	-	1,3665
Dez	0,5215	-	-	-	-	-	1,385

Previsão

A previsão para 12 meses das séries hidrológicas de vazões médias mensais das Usinas Hidroelétricas de Furnas e Emborcação para um período de 60 anos de dados. A previsão foi realizada utilizando-se os estimadores de máxima verossimilhança (EMV) e os estimadores bayesianos exatos (EBEx). Os valores encontrados foram apresentados em forma de gráficos e tabelas. Nas tabelas foram inseridos também os erros de previsão calculados.

Observando-se as Figuras 1 e 2 verifica-se que tanto para os EMV quanto para os EBEx, utilizando-se os modelos $PAR(p_m)$, os valores previstos para 12 meses acompanham o comportamento dos valores históricos para as séries hidrológicas em estudo, o que vem mostrar a viabilidade do uso dos EBEx para previsão de valores. As Tabelas 6 e 7 reúnem os valores históricos e gerados da série e os erros calculados. Verifica-se que para os EBEx os resultados são levemente melhores do que aqueles calculados pelos EMV.

Comparando-se os erros de previsão calculados entre os valores previstos pelos EMV e EBEx pode-se notar que a verificação observada acima e claramente evidenciada. Apesar dessa diferença ser bastante sutil, mesmo em si tratando de modelos que venham a gerar valores futuros e até mesmo investigados para previsão hidrológica, toda e qualquer melhora no cálculo desses estimadores e, conseqüentemente, dos resultados obtidos torna-se útil.

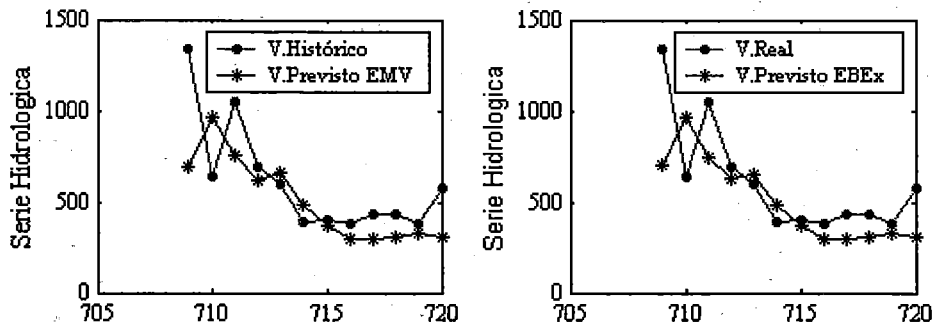


FIGURA 1 – Comparação gráfica entre os valores históricos e valores previstos para ano 1990 usando os modelos PAR, os EMV e os EBEx para a série hidrológica de Furnas.

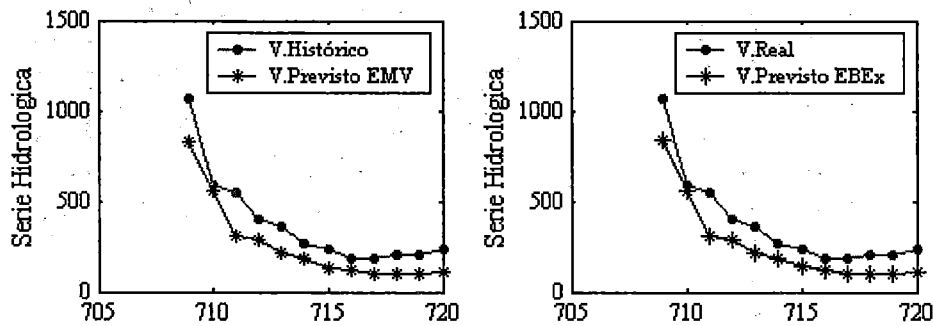


FIGURA 2 – Comparação gráfica entre os valores históricos e valores previstos para o ano de 1990 usando os modelos PAR, os EMV e os EBEx para a série hidrológica de Emborcação.

Os resultados para os valores previstos pelos estimadores e os valores históricos, bem como os erros de previsão, para o ano de 1990 da série hidrológica de Furnas e Emborcação, estão reunidos nas Tabelas 6 e 7.

TABELA 6: Valores obtidos a partir dos os EMV e os EBEx para a série hidrológica de Furnas para o ano de 1990.

Valores Históricos (Ano:1990)	Valores Previstos			
	EMV		EBEx	
	PAR	AR(2)	PAR	AR(2)
1343	696,3	895,1	706,2	686,1
643	958,9	1062,3	961,4	942,7
1051	751,8	636,8	740,8	736,6
695	624,9	776,3	632,0	615,3
595	656,7	620	651,3	644,3
391	482,5	495,9	481,2	473,9
403	370,9	349,5	367,8	363,9
379	295,8	322,3	296,2	290,7
435	291,9	309,1	291,7	286,8
432	302,5	340,5	303,7	297,5
378	323,3	348,2	323,4	317,7
576	302,8	313,4	302,2	297,4
REQM	249,57	235,67	248,56	252,7
EAPM	36,74%	31,92%	36,58%	38,25%
EAPMax.	92,87%	83,78%	90,62%	95,76%
Perc(90%)	91,00%	90,31%	90,31%	90,31%

TABELA 7: Valores obtidos a partir dos os EMV e os EBEx para a série hidrológica Emborcação para o ano de 1990.

Valores Históricos (ano 1990)	Valores Previstos			
	EMV		EBEx	
	PAR	AR(2)	PAR	AR(2)
1070	829,9	1070,6	834,4	798,7
586	555,0	816,6	558,0	609,1
548	303,9	462,0	305,6	344,6
404	284,3	400,4	285,8	298,7
355	209,5	304,0	210,7	226,8
261	184,1	261,3	185,1	194,9
238	135,4	196,5	136,1	146,6
182	123,5	174,4	124,1	130,1
182	94,4	136,3	94,9	101,7
199	94,4	132,0	94,9	98,5
201	103,2	143,1	103,8	106,7
236	104,3	145,7	104,8	108,7
REQM	135,11	83,20	133,67	129,14
EAPM	67,99%	23,08%	23,07%	59,29%
EAPMax.	126,36%	62,03%	125,14%	117,22%
Perc(90%)	115,47%	113,30%	114,31%	114,31%

CONCLUSÃO

Analisando as previsões para 12 meses realizadas utilizando-se o modelo auto-regressivo periódico $PAR(p_m)$, os estimadores de máxima verossimilhança e os estimadores bayesianos exatos, pôde-se verificar que os resultados obtidos acompanham as características dos dados históricos

Comparando-se os erros de previsão pôde-se concluir que quando usado o EMV, o erro de previsão é maior do que aquele calculado quando usado o EBEx para o modelo $PAR(p_m)$ considerando. Fato este corroborado quando se realizam outros testes com períodos distintos das séries. O que indica que o uso da inferência bayesiana na estimativa paramétrica oferece resultados melhores que os EMV.

As comparações dos resultados para as previsões para 12 meses das séries em estudo e dos erros mostraram a viabilidade da abordagem bayesiana na análise de séries hidrológicas e na estimativas dos parâmetros dos modelos estocásticos representativos destas séries.

BIBLIOGRAFIA

- ANDRADE FILHO, M.G. (2001). Métodos estocásticos para previsão de carga em sistemas de energia elétrica. São Carlos, ICMC/USP. /Notas Didáticas/
- BOX, G.E.P.; JENKINS, G.M.; REINSEL, G.C. (1994). *Time series analysis –Forecasting and control*. 3.ed. New Jersey, Prentice Hall.
- GOMES, M. H. R. (2002). *Uso da abordagem bayesiana para a estimativa de parâmetros sazonais dos modelos auto-regressivos periódicos*. São Carlos, 2003. 118p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- McLEOD, A.I. (1992). Diagnostic checking of periodic autoregressive models with application. *Journal of Time Series Analysis*, v.15, n.2, p.221-233.
- THOMAS, H.A.; FIERING, M.B. (1962). Mathematical synthesis of stream flow sequences for the analysis of river basins by simulation. In: MAASS, A. et al. *Design of water rresources*. Cambridge, Harvard University.