

Aplicação de métodos de verificação de modelos ao clássico problema de Euler-Poinsot

Cássio Murakami

Flavius Portella Ribas Martins

Escola Politécnica/USP

cassiomura@usp.br

Objetivos

O presente projeto tem como propósito consolidar habilidades voltadas às tarefas de simulação, verificação e validação de modelos de sistemas mecânicos não lineares. Em particular, foi estudado o problema de um corpo rígido não necessariamente axi-simétrico, que se movimenta em torno de um ponto fixo sem a ação de torques externos, conhecido como problema de Euler-Poinsot.

Por conseguinte, serão desenvolvidas as soluções numérica, geométrica e analítica para uma mesma situação física estudada. Assim, a partir de técnicas descritas pela literatura [1] verificar e validar os modelos propostos.

Métodos e Procedimentos

Para a pesquisa foi realizada uma revisão da mecânica clássica visando a compreensão e desenvolvimento da dinâmica e cinemática do problema de Euler-Poinsot [2]. Então foi realizado um estudo das funções elípticas de Jacobi para o desenvolvimento da solução analítica [3], em seguida foi elaborada uma animação gráfica da solução geométrica de Poinsot e programado o algoritmo para a solução numérica no *software open-source* Scilab 6.1.0. Dessa maneira, a partir da teoria de verificação e simulação de modelos, foram analisadas as respostas a fim de alcançar um resultado fidedigno.

Resultados

A partir do desenvolvimento matemático foram obtidas as soluções para a resposta do sistema de equações diferenciais não lineares que descrevem o problema de Euler-Poinsot. Além disso, foi produzida uma interface gráfica intuitiva, a *Graphical User Interface* do programa final elaborado é ilustrada na Figura 1.

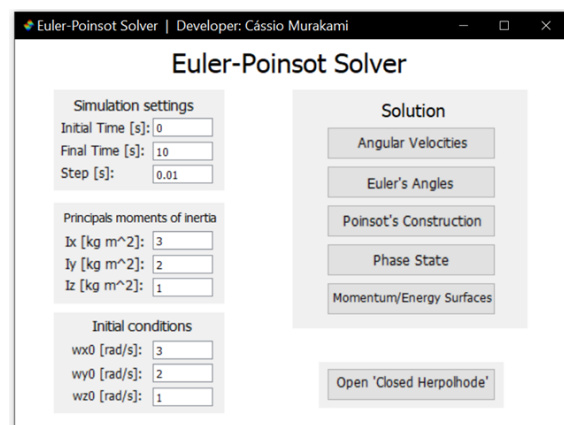


Figura 1: Interface gráfica elaborada para as soluções do problema de Euler-Poinsot

Ao inserir as condições de simulação e parâmetros da situação física, é possível realizar a disposição das soluções analíticas e numéricas e do erro quadrático médio associado entre elas para as componentes da rotação instantânea e dos ângulos de Euler, assim como ilustrado, respectivamente, na Figura 2 e na Figura 3.

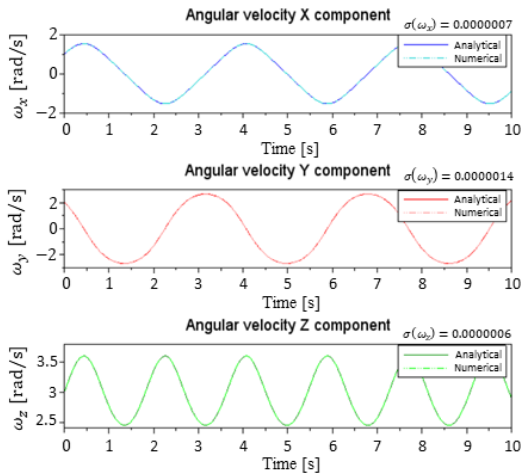


Figura 2: Evolução temporal das componentes da rotação instantânea

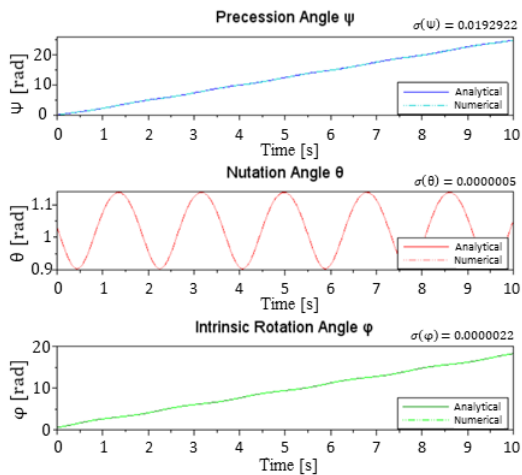


Figura 3: Evolução temporal dos ângulos de Euler

Além disso, é possível exibir a animação da solução geométrica de Poincot, como ilustrada na Figura 4.

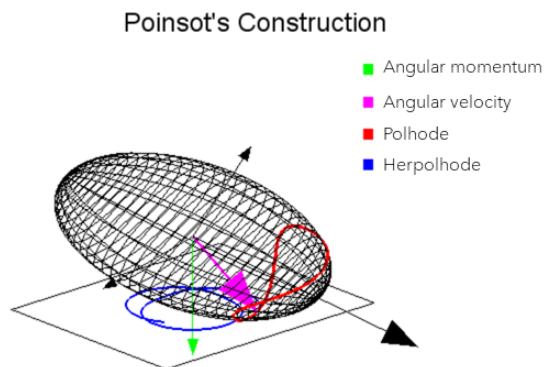


Figura 4: Solução geométrica de Poincot

Por fim, também foi realizado um estudo para as condições em que a herpoloide forma uma curva fechada. Então foi elaborado um algoritmo que dados os parâmetros do sistema, busca de forma iterativa o valor do menor momento principal de inércia, tal que o fenômeno ocorra. O resultado está disposto na Figura 5.

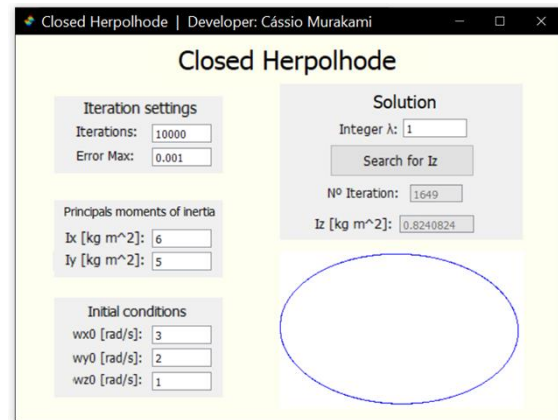


Figura 5: Interface gráfica elaborada para o algoritmo de herpoloide como curva fechada

Conclusões

A partir do desenvolvimento das soluções analítica, numérica e geométrica, além da análise do espaço de fases e verificação de cenários de pequenas perturbações foi possível concluir que todas as respostas convergem. Assim, os resultados obtidos, segundo os critérios de verificação e validação de modelos, têm alto grau de confiabilidade.

Referências Bibliográficas

- [1] Sargent, R.G., Verification and validation of simulation models. Journal of Simulation, 7, 2013, p.12-24.
- [2] Goldstein, H., Safko, J. L., Poole, C. P., Classical Mechanics. Reino Unido: Addison Wesley, 2002.
- [3] Greenhill, A.G., The Applications of Elliptic Functions. Dover Publications, 1959.