

for directed graphs, *J. London Math. Soc.*, 2, vol. 17, 1978, 369-374) by interchanging the rôles of cuts and transversals.

The conjecture holds for acyclic graphs in which each source is joined to each sink by a directed path (P. Feofiloff and D. H. Younger, Directed cut transversal packing for source-sink connected graphs, to appear; also A. Schrijver, Min-max relations for directed graphs, *Annals of Discrete Math.*, vol. 16, 1982, 261-280). The key lemma in the proof of this case shows that any transversal S includes a transversal T that is constrained as follows: no nonnull cut C contains more than $|S \cap C| - k + 1$ edges of T , where k is the minimum of $|S \cap C'|$ over all cuts C' .

A graph is *directed bipartite* if each of its vertices is either a source or a sink. Consider a directed bipartite graph with vertex-set V . For nonnegative integer function u on V , a transversal T is *u-constrained* if no vertex v is incident to more than $u(v)$ edges of T . For any transversal S , an *S-structure* is a pair (C, Z) where C is a packing of cuts, Z is a subset of V , and each edge of S in $\bigcup C$ has its head or its tail in Z .

Theorem: In any directed bipartite graph, a transversal S includes a u -constrained transversal if $|C| \leq \sum \{u(z) : z \in Z\}$ for each S -structure (C, Z) .

This theorem may be useful in the investigation of the bipartite case of the conjecture. Incidentally, it can be easily shown that the bipartite case is equivalent to the general case. — (9 de abril de 1985).

VARIEDADES HOMOGÊNEAS DE CAUCHY-RIEMANN DE DIMENSÃO TRÊS* — ELISHA FALBEL, credenciado por IMRE SIMON — *Departamento de Matemática, Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo, SP* — Obteve-se a classificação das variedades de Cauchy-Riemann homogêneas em dimensão 3 por um meio diferente do obtido por Cartan (E. Cartan, *Ann. Math. Pura Appl.*, 1932, 11, 17-90).

O estudo das variedades de Cauchy-Riemann começou com Poincaré, em 1907, numa tentativa de generalizar o teorema de Riemann de equivalência de domínios para $\mathbb{C}^2$. Ao invés de estudar transformações entre domínios, estudou, então, transformações entre bordos de domínios. As variedades de Cauchy-Riemann são formulações intrínsecas do conceito de hipersuperfícies reais num espaço complexo.

Seja V um espaço vetorial e $J: V \rightarrow V$, $J^2 = -I$ uma estrutura complexa. Naturalmente $V^c = V^{1,0} \oplus V^{0,1}$ é a decomposição de V^c nos vetores holomorfos e anti-holomorfos.

Definição 1: M é uma variedade de Cauchy-Riemann se existir um subfibrado Δ de TM satisfazendo

- 1) Existe aplicação tensorial $J: \Delta \rightarrow \Delta$ com $J^2 = -I$
- 2) $\Delta^{1,0}$ é involutivo; $[\Delta^{1,0}, \Delta^{1,0}] \subset \Delta^{1,0}$

Definição 2: Uma aplicação $f: M \rightarrow M'$ entre variedade de Cauchy-Riemann é uma CR-aplicação, se

- 1) $f_*(\Delta) \subset \Delta'$
- 2) $f_*J = J'_*f_*|_{\Delta}$

* Este trabalho foi realizado no IME durante o mestrado sob orientação de J. Veloso (E. Falbel, tese — IME).

No caso de uma hipersuperfície em $\mathbb{C}^2$ a definição acima diz que a aplicação satisfaz as equações de Cauchy-Riemann tangenciais. Consideraremos as variedades de dimensão 3 com subfibrado Δ de codimensão 1, neste caso $T_p/\Delta_p^c \simeq \mathbb{C}$.

Definimos também a forma de Levi num ponto $p \in M$: $L_p: \Delta_p^{1,0} \times \Delta_p^{1,0} \rightarrow \mathbb{C}$

$L_p(\alpha, \beta) = i[\tilde{\alpha}, \tilde{\beta}] \bmod \Delta_p^c$ onde $\tilde{\alpha}$ e $\tilde{\beta}$ são extensões locais de α e β . No caso da forma de Levi degenerada em todos os pontos a variedade é localmente equivalente ao hiperplano $\{z \in \mathbb{C}^2 \mid y_2 = 0\}$ onde $z = (z_1, z_2) = (x_1 + iy_1, x_2 + iy_2)$. Consideremos então o caso em que a forma de Levi é não degenerada, as chamadas variedades estritamente pseudoconvexas. Estudando-se diretamente o sistema de equações diferenciais parciais que dá a equivalência entre variedades de Cauchy-Riemann obtém-se um tensor R . No caso em que $R_p \neq 0$ em todo p dizemos que M é não-umbilica. M é umbilica se $R \equiv 0$. Para uma exposição completa veja (J. Veloso — a aparecer nas atas ELAM — 1984).

No caso não umbilico obteve-se uma Z_2 -estrutura o que permitiu a classificação das variedades homogêneas:

Teorema 1: As variedades de Cauchy-Riemann homogêneas não umbilicas simplesmente conexas coincidem com seus grupos de automorfismos. Suas álgebras de Lie complexificadas são:

- 1) $[Z_1, Z_{\bar{1}}] = iZ_0$
 $[Z_1, Z_0] = i\lambda Z_1 + \frac{i}{3\lambda} Z_{\bar{1}} \quad \lambda \in \mathbb{R}^*$
- 2) $[Z_1, Z_{\bar{1}}] = iZ_0$
 $[Z_1, Z_0] = i\lambda Z_1 - i\lambda Z_{\bar{1}} + \sqrt{\frac{-9\lambda}{2} - \frac{3}{\lambda}} Z_0 \quad \lambda < 0$
- 3) $[Z_1, Z_{\bar{1}}] = iZ_0$
 $[Z_1, Z_0] = i\lambda Z_1 + i\lambda Z_{\bar{1}} + i\sqrt{\frac{3}{\lambda} - \frac{9\lambda}{2}} Z_0$
 $\lambda < -\sqrt{\frac{2}{3}} \text{ ou } 0 < \lambda < \sqrt{\frac{2}{3}}$

Foram encontradas realizações como hipersuperfícies em $\mathbb{C}^2$ e $\mathbb{CP}^2$ de cada um dos tipos acima.

No caso umbilico mostra-se que toda variedade é localmente equivalente a quádrlica em $\mathbb{CP}^2$ dada pela equação

$$z_1 \bar{z}_1 + \frac{i}{2} (z_2 \bar{z}_2 - \bar{z}_2 z_2) = 0.$$

O problema da classificação reduz-se, então, ao problema da classificação das subálgebras transitivas da álgebra da quádrlica $g = \mathfrak{su}(2, 1)$. Utiliza-se, então, fortemente, a graduação $g = g^{-2} \oplus g^{-1} \oplus g^0 \oplus g^1 \oplus g^2$ e obtemos o

Teorema 2: As variedades de Cauchy-Riemann umbilicas homogêneas simplesmente conexas são:

- 1) S^3 com grupo de dimensão 8 $G = \frac{SU(2,1)}{\text{Centro}}$
- 2) A quádrlica em $\mathbb{C}^2$ com um grupo de dimensão 5.
- 3) O recobrimento universal da esfera sem sua intersecção com um plano complexo com grupo de dimensão 4.
- 4) A hipersuperfície $\frac{z_1 - \bar{z}_1}{2i} = \left(\frac{z_2 - \bar{z}_2}{2i} \right)^2 \frac{z_2 - z_2}{2i} > 0$ com grupo de dimensão 3.
- 5) O grupo cuja álgebra é $s(2, \mathbb{C})$. — (9 de abril de 1985).

ESPAÇOS DE BANACH NÃO ISOMORFOS COM DUAIS ISOMÉTRICOS — ZARA ISSA ABUD, credenciado por IMRE SIMON — Departamento de Matemática, Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo, SP — No seu livro *Théorie des Opérations Linéaires* (1932), Banach propõe a seguinte questão: dados dois espaços de Banach E_1 e E_2 , se E_1^* e E_2^* são isométricos, podemos concluir que E_1 e E_2 são isomorfos?

Em 1960, Bessaga e Pelczynski (*Studia Mathematica*, 1960, 53-62) exibiram espaços separáveis do tipo $C(K)$ K compacto Hausdorff ordenado metrizável — não isomorfos, mas com duais isométricos. Em 1970, Rosenthal (*Acta Mathematica*, 1970, 205-248) exibiu mais exemplos à pergunta de Banach. Neste resumo, apresentamos toda uma classe de espaços não isomorfos entre si, todos com o mesmo dual.

Seja K um espaço topológico compacto, Hausdorff, separável e ordenado. Então $K \approx (F \times \{0\}) \cup (S \times \{1\})$, onde F é um subconjunto fechado de $[0,1]$ (na topologia usual de $[0,1]$), e $S \subseteq F$, com a ordem lexicográfica. Nestas condições, $|K| \leq c$.

Denotaremos por K_0 o espaço $[0,1] \times \{0,1\}$.

Teorema 1. — Se K é um compacto Hausdorff separável ordenado então $C(K)^* = [\ell_1(K) \oplus [\sum_{i \in I} L_1([0,1])]]_1$, onde $|I| \geq c$.

Proposição 2. — Se K é um espaço compacto Hausdorff separável ordenado então existe uma imersão isométrica $C(K) \xrightarrow{T} C(K_0)$.

Desta proposição concluímos que existe uma sobrejeção $C(K_0)^* \twoheadrightarrow C(K)^*$, onde $C(K_0)^*$ e $C(K)^*$ denotam os duais de $C(K_0)$ e $C(K)$, respectivamente. Dessa forma, $|C(K)^*| \leq |C(K_0)^*|$. Sendo conhecido que $|C(K_0)^*| = c$, resulta que $|C(K)^*| \leq c$.

Proposição 3. — Se K é um compacto Hausdorff separável, ordenado, e $|K| = c$ então $|C(K)^*| = c$.

Deste último resultado, e do teorema 1, vem:

Teorema 4. — Se K é um compacto Hausdorff separável, ordenado e não disperso então $C(K)^* = [\ell_1(c) \oplus [\sum_{i \in I} L_1([0,1])]]_1$.

Dessa forma exibimos toda uma classe de espaços de Banach que possui o mesmo dual. Convém observar que estes espaços não são isomorfos entre si, pois aí existem espaços $C(K)$ separáveis (no caso de K ser metrizável) e não separáveis. — (9 de abril de 1985).

THE EM-ALGORITHM FOR FINDING SYNTHETIC PREDICTORS FOR FINITE POPULATIONS — JOSEMAR RODRIGUES AND HELENO BOLFAFINE, presented by IMRE SIMON — Departamento de Estatística, Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo, SP — Assuming the normal superpopulation model, it is shown that the maximum likelihood predictor (MLP) for the population total can be written as a synthetic predictor (SP) by using the maximum likelihood estimator (MLE) as the fixed point of the EM-Algorithm.

The EM-Algorithm: Let Y be an N -dimensional vector representing the values of N -elements in a finite population. We adapt the superpopulation model $Y \sim N(X\beta, V)$, where X is a specified $N \times p$ matrix of full rank p , $N > p$, unknown and V a known matrix. Consider the partition $Y' = (Y'_n, Y'_{N-n})$, where Y_n ($n < N$) represents the observed sample. Let the corresponding partitions:

$$X' = [X'_1, X'_2] \text{ and } V = \begin{bmatrix} V_{11} & V_{12} \\ V_{21} & V_{22} \end{bmatrix}.$$

Definition 1: The MLP of the population total $\theta = 1'_N Y$ is defined as

(1) $\hat{\theta} = (1'_n + A'1'_{N-n})Y_n + 1'_{N-n}B\hat{\beta}$, where $A = V_{21}V_{11}^{-1}$, $B = X'_2 - AX'_1$, $1'_N$ the unit vector of length N and $\hat{\beta} = (X'_1V_{11}^{-1}X_1)^{-1}X'_1V_{11}^{-1}Y_n$.

Definition 2: The MLP of $\theta = 1'_N Y$ is defined as a SP of θ if

(2) $\theta = \ell' \hat{\beta}$, for some known vector ℓ and $\hat{\beta}$ given by (1).

Condition L: The matrix V satisfies the condition L if $V1_n = X\delta$, for some vector δ . (Royall, R.M., (1976), *The Linear least-squares prediction approach to two-stage sampling*, JASA, 71, 657-664). According to Dempster; Laird, and Rubin's paper ((1977), *Maximum likelihood from incomplete data via EM-Algorithm*, J.R.S.S., B. 39, 1-38), the EM-Algorithm is characterized by the following two-phases:

(3) *E phase:* $E[X'V^{-1}Y/Y_n, \beta_{(q)}] =$

$$= X'V^{-1} \begin{bmatrix} Y_n \\ AY_n + B\beta_{(q)} \end{bmatrix}, (q \geq 0)$$

M phase: $\beta_{(q+1)} = H(\beta_{(q)})$, where $H(\beta)$ is the r.h.s. of (3).

Theorem 1: The MLE of β , $\hat{\beta}$, is the unique fixed point of the EM-Algorithm, i.e.;

$$(4) \hat{\beta} = H(\hat{\beta}).$$

Proof: (Josemar Rodrigues et al., (1985), *The EM-Algorithm For Finding the ML-Predictor For Finite Populations in Two-stage-sampling RT-MAE-8501*).

Theorem 2: If V satisfies condition L, then the MLP of $\theta = 1'_N Y$ is the SP of θ , where $\ell' = \delta'X'V^{-1}X$.

Proof: Since $\hat{\beta}$ is the unique fixed point of $\beta = H(\beta)$ and $\delta'X'V^{-1} = 1'_N$, the result follows by considering $\ell' = \delta'X'V^{-1}X$. — (9 de abril de 1985).