Heurística Construtiva e Melhoria *Fix-and-Optimize* para Grandes Instâncias do Problema de Escalonamento de Equipes de Enfermagem

Guilherme Ramon Rodrigues da Silva
Caio Paziani Tomazella
Maristela Oliveira dos Santos
Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação (ICMC), Universidade de São Paulo
Av. Trabalhador São-carlense, 400 - Centro, CEP 13566-590, São Carlos - SP.
guilhermerrs@usp.br
caio.tomazella@usp.br
mari@icmc.usp.br

RESUMO

O Problema de Escalonamento de Equipes de Enfermagem (em inglês, *Nurse Rostering Problem*, NRP) é um problema NP-difícil originado pela necessidade de hospitais de alocarem suas equipes de enfermagem em turnos de trabalho distribuídos em um horizonte de planejamento. A solução do NRP consiste em fornecer os melhores dias e turnos para trabalho e folga dos colaboradores respeitando a legislação trabalhista e atendendo a demanda da instituição de saúde por enfermeiros. Um escalonamento eficiente possibilita a diminuição de custos, a redução da sobrecarga dos(as) enfermeiros(as) e a melhoria da prestação de serviço. Devido à complexidade desse problema, é comum encontrar na literatura uma predominância de métodos heurísticos como abordagens para sua resolução. Neste artigo, foram desenvolvidas duas heurísticas, uma construtiva e uma de melhoria (do tipo *fix-and-optimize*), para o NRP, com o objetivo de obter escalas para instâncias grandes cuja qualidade se aproxime aos melhores resultados da literatura.

PALAVRAS CHAVE. Escalonamento de Equipes de Enfermagem, Problemas Inteiros Mistos, Modelos Agregados.

Tópicos: OC – Otimização Combinatória, SA – PO na Área de Saúde

ABSTRACT

The Nurse Rostering Problem (NRP) is a NP-hard problem originated by the need of hospitals to assign working shifts to their nursing staff throughout a planning horizon. The solution to the NRP consists of assigning working shifts and resting periods to employees, while respecting labor legislation and supplying the demand of the health institution for nurses. It is important to create efficient schedules in order to reduce costs, reduce the work overload on the nurses and improve the overall quality of the service. Given the problem's complexity, heuristic methods are commonly prevalent in the literature as approaches for its resolution. The aim of this article is to develop a construction and a improvement fix-and-optimize heuristic for the NRP, which provide solutions to large instances that are close to the best results found in the literature.

KEYWORDS. Nurse Rostering Problem, Mixed Integer Problems, Aggregated Models

Topics: OC - Combinatorial Optimization, SA - OR in Health Sector

1. Introdução

O Problema de Escalonamento de Equipes de Enfermagem, ou *Nurse Rostering Problem* (NRP) surge da necessidade de instituições de saúde de definir os turnos de trabalho e folga dos membros de sua equipe de enfermagem. Em um horizonte de planejamento, a solução é factível caso a escala aloque os colaboradores de tal forma que sejam obedecidas regulações trabalhistas e a demanda da instituição por enfermeiro em seus turnos de serviço. Embora o NRP seja um problema NP-difícil Glass e Knight [2010], existem diversas abordagens que determinam, para alguns instancias, soluções em tempo viável de aplicação, o problema é costumeiramente resolvido de forma manual por enfermeiros e administradores responsáveis [Cheang et al., 2003].

A qualidade de uma escala é caracterizada pelo atendimento à demanda de enfermeiros da instituição de saúde: soluções que alocam mais enfermeiros do que o necessário resultam em tempo de ociosidade e custos excessivos, enquanto uma alocação inferior à necessária prejudica a prestação do serviço e aumenta o estresse no ambiente de trabalho Neto et al. [2011]. Uma forma alternativa ao escalonamento manual é a utilização de modelagem matemática. Para isso, são definidas variáveis de decisão e restrições do problema a fim de, por meio de um resolvedor (*solver*), adquirir uma solução factível.

A elaboração de escalas para grandes equipes e em longos horizontes de planejamento é, no entanto, complexa e, muitas vezes, um *solver* de propósito geral não é capaz de fornecer soluções suficientemente boas em tempo viável. Assim, heurísticas permitem melhores resultados em um tempo inferior, tal como em Rahimian et al. [2017] e Turhan e Bilgen [2020]. Além da aplicação prática, a importância do NRP também é destacada pela existência de competições internacionais que visam ao desenvolvimento de heurísticas que melhor resolvam esse problema. Entre elas, encontra-se a INRC - *International Nurse Rostering Competition* (Competição Internacional de Escalonamento de Equipes de Enfermagem), realizada em 2010 Haspeslagh et al. [2014] e em 2015 [Ceschia et al., 2019].

Neste artigo, foi adotado o modelo matemático utilizado por Rahimian et al. [2017], uma melhoria do modelo inicialmente proposto em Curtois e Qu [2014]. As 24 instâncias utilizadas estão disponíveis em Benchmarks [2023]. Dois métodos heurísticos foram desenvolvidos: uma rápida heurística construtiva, inspirada na abordagem de modelos agregados de Soler et al. [2021], feita para o Problema de Planejamento de Produção em um sistema com Múltiplas Linhas de Produção, e uma heurística de melhoria que, a partir da solução fornecida, itera por diferentes partições do problema através de um algoritmo *fix-and-optimize*, tal como o método usado por Turhan e Bilgen [2020].

2. Descrição do Problema

O NRP consiste na alocação de um grupo de enfermeiros em turnos distribuídos ao longo de uma série de dias. A seguir, o modelo de Rahimian et al. [2017], utilizado neste artigo, é apresentado a seguir:

Conjuntos e Parâmetros

$I \rightarrow$ Membros da equipe de enfermagem
$D \rightarrow$ Dias do horizonte de planejamento
$W \rightarrow$ Fins de semana do horizonte de planejamento
$T \rightarrow$ Turnos (o problema considera uma quantidade de $|T|$ turnos por dia)
$R_t \rightarrow$ Turnos que não devem ser designados imediatamente após um turno do tipo $t \in T$
$N_i \rightarrow$ Dias que o membro da equipe de enfermagem $i \in I$ que não deve trabalhar

$l_t \rightarrow$ duração do turno $t \in T$ em minutos

$m_{it}^{max} \rightarrow$ número máximo de turnos do tipo $t \in T$ que podem ser designados ao membro da equipe de enfermagem $i \in I$

b_i^{min}, $b_i^{max} \rightarrow$ quantidade mínima e máxima de minutos que o membro da equipe de enfermagem $i \in I$ deve trabalhar

c_i^{min}, $c_i^{max} \rightarrow$ número mínimo e máximo de turnos consecutivos que o membro da equipe de enfermagem $i \in I$ deve trabalhar

$o_i^{min} \rightarrow$ número de dias consecutivos de folga que o membro da equipe de enfermagem $i \in I$ deve ser designado

$a_i^{max} \rightarrow$ número máximo de fins de semana que o membro da equipe de enfermagem $i \in I$ pode trabalhar

$q_{idt} \rightarrow$ penalidade aplicada caso o turno $t \in T$ não seja designado ao membro da equipe de enfermagem $i \in I$ no dia $d \in D$

$p_{idt} \rightarrow$ penalidade aplicada caso o turno $t \in T$ seja designado ao membro da equipe de enfermagem $i \in I$ no dia $d \in D$

$u_{dt} \rightarrow$ número desejado de membros na equipe de enfermagem designados para o turno $t \in I$ do dia $d \in D$ (demanda do hospital)

w_{dt}^{min}, $w_{dt}^{max} \rightarrow$ penalidade para o sub-atendimento e sobre-atendimento da demanda do hospital no turno $t \in T$ do dia $d \in D$

Variáveis de Decisão

$x_{idt} \rightarrow$ 1 se o membro da equipe de enfermagem $i \in I$ é designado para trabalhar no turno $t \in T$ do dia $d \in D$, 0 caso contrário

$k_{iw} \rightarrow$ 1 se o membro da equipe de enfermagem $i \in I$ trabalha no fim de semana $w \in W$, 0 caso contrário

$y_{dt} \rightarrow$ quantidade de membros da equipe de enfermagem que faltam para atender a demanda do hospital no turno $t \in T$ do dia $d \in D$

$z_{dt} \rightarrow$ quantidade de membros da equipe de enfermagem que extrapolam a demanda do hospital no turno $t \in T$ do dia $d \in D$

$v_{idt} \rightarrow$ penalidade total da designação e não designação do membro da equipe de enfermagem $i \in I$ no turno $t \in T$ do dia $d \in D$

Função objetivo e Restrições

$$\min \quad \sum_{d\in D}\sum_{t\in T} w_{dt}^{min} y_{dt} + \sum_{d\in D}\sum_{t\in T} w_{dt}^{max} z_{dt} + \sum_{i\in I}\sum_{d\in D}\sum_{t\in T} v_{idt} \tag{FO}$$

$$\sum_{t\in T} x_{idt} \leq 1 \qquad \forall i \in I, d \in D \tag{HC1}$$

$$x_{idt} + x_{i(d+1)u} \leq 1 \qquad \forall i \in I, d \in \{1...|D|-1\}, t \in T, u \in R_t \tag{HC2}$$

$$\sum_{d \in D} x_{idt} \leq m_{it}^{max} \qquad \forall i \in I, t \in T \tag{HC3}$$

$$b_i^{min} \leq \sum_{d \in D} \sum_{t \in T} l_t x_{idt} \leq b_i^{max} \qquad \forall i \in I \tag{HC4}$$

$$\sum_{j=d}^{d+c_i^{max}} \sum_{t \in T} x_{ijt} \leq c_i^{max} \qquad \forall i \in I, d \in \{1...|D| - c_i^{max}\} \tag{HC5}$$

$$\sum_{t \in T} x_{idt} + c - 1 - \sum_{j=d+1}^{d+c} \sum_{t \in T} x_{ijt} + \sum_{t \in T} x_{i(d+c+1)t} \geq 0 \qquad \forall i \in I, c \in \{1...c_i^{min} - 1\}, \quad d \in \{1...|D| - (c+1)\} \tag{HC6}$$

$$1 - \sum_{t \in T} x_{idt} + \sum_{j=d+1}^{d+b} \sum_{t \in T} x_{ijt} + \sum_{t \in T} x_{i(d+b+1)t} \geq 0 \qquad \forall i \in I, b \in \{1...o_i^{min} - 1\}, \quad d \in \{1...|D| - (b+1)\} \tag{HC7}$$

$$k_{iw} \leq \sum_{t \in T} x_{i(7w-1)t} + \sum_{t \in T} x_{i(7w)t} \leq 2k_{iw} \qquad \forall i \in I, w \in W, \sum_{w \in W} k_{iw} \leq a_i^{max} \tag{HC8}$$

$$x_{int} = 0 \qquad \forall i \in I, n \in N_i, t \in T \tag{HC9}$$

$$q_{idt}(1 - x_{idt}) + p_{idt} x_{idt} = v_{idt} \qquad \forall i \in I, d \in D, t \in T \tag{SC1}$$

$$\sum_{i \in I} x_{idt} - z_{dt} + y_{dt} = u_{dt} \qquad \forall d \in D, t \in T \tag{SC2}$$

A restrição forte (HC1) garante que cada membro da equipe de enfermagem trabalhe ao máximo um turno por dia, enquanto a restrição (HC2) garante o devido descanso após um dia de trabalho, proibindo sequências de turnos com uma folga menor do que a necessária. A quantidade total de dias trabalhados por um enfermeiro é limitada pela restrição (HC3). As cargas horárias mínimas e máximas de trabalho são asseguradas pelas restrições (HC4), enquanto (HC5) limita a quantidade máxima de dias consecutivos trabalhados por um enfermeiro em c_i^{max}. As restrições (HC6) e (HC7) garantem a quantidade mínima de dias consecutivos de trabalho e folga, respectivamente. A quantidade de fins de semana trabalhados no horizonte de planejamento é limitada por (HC8), e (HC9) assegura que o membro da equipe de enfermagem não trabalhe nos dias que tenha requisitado folga. A restrição fraca (SC1) estipula a penalidade por não atender a preferência de turnos de trabalho e folga do enfermeiro. (SC2) calcula o quanto a escala atende a demanda do hospital por enfermeiros(as) em seus turnos. Por fim, a função objetivo (FO) minimiza as penalidades, visando atender a demanda do hospital (primeiro e segundo termos) ao mesmo tempo em que as preferências dos membros da equipe de enfermagem são levadas em consideração (terceiro termo).

Nota-se que todas as restrições fortes, de (HC1) a (HC9), e a restrição fraca (SC1) envolvem as escalas individuais dos enfermeiros, ou seja, contabilizam e limitam valores relativos ao horizonte de planejamento do enfermeiro i isoladamente. Desse modo, uma solução factível para o NRP depende que a escala de cada membro da equipe de enfermagem seja factível. A qualidade da solução, porém, depende da escala completa com toda a equipe, já que a restrição (SC2) realiza o cálculo do atendimento à demanda da instituição de saúde como um todo. Logo, soluções ótimas para a escala de cada enfermeiro não implicam, necessariamente em uma solução ótima para escala de cada enfermeiros isoladamente.

As 24 instâncias utilizadas, disponíveis em Benchmarks [2023], possuem diferentes quantidades de semanas, enfermeiros e turnos. Conjuntos como R_t e N_i variam, respectivamente, entre cada instância e enfermeiro(a). A instância número 13, por exemplo, possui um conjunto R_t reduzido em comparação as demais com o mesmo número de dias de serviço. A quantidade de elementos em R_t e N_i são algumas das informações que caracterizam uma instância como difícil ou fácil, pois interferem diretamente no tamanho do espaço de solução a ser investigado. Parâmetros como b_{min} e a_{max} também dificultam a elaboração das escalas por exigir uma perspectiva total da escala do membro da equipe de enfermagem, isto é, ao se alterar um turno de serviço (um pequeno movimento na vizinhança do espaço de solução) a solução pode se tornar infactível, sendo necessário, nesse caso, ajustar outros turnos ao decorrer do horizonte de planejamento a fim de tornar a solução factível novamente.

3. Métodos de Solução

3.1. Heurística Construtiva

Rahimian et al. [2017] propuseram um algoritmo que gera uma escala para cada enfermeiro(a). Este algoritmo é dividido em quatro passos: **1)** designar os dias de trabalho e folga; **2)** designar os turnos de serviço para cada dia de trabalho são definidos; **3)** verificar se o enfermeiro cumpre a carga horária estipulada pelo seu contrato (b_{min} e b_{max}) e se o número de fins de semana trabalhados respeita o máximo estipulado para o enfermeiro (a_{max}); **4)** a solução é aceita se escala for factível, caso contrário, o algoritmo é reinicializado. De modo similar, Soler et al. [2021] resolvem o Problema de Planejamento de Produção com Múltiplas Linhas de Produção (PPPMLP) com um modelo agregado que designa os horários de produção das linhas. A solução de cada linha é fixada em um modelo responsável por fornecer a solução final para o PPPMLP.

A heurística construtiva desenvolvida neste artigo para o NRP mescla a contribuição de Rahimian et al. [2017] de considerar cada membro da equipe de enfermagem um subproblema e a de [Soler et al., 2021] de adotar modelos agregados a fim de gerar soluções factíveis de modo mais rápido. Assim, para cada enfermeiro(a), o problema é decomposto em dois modelos matemáticos: o primeiro é responsável por alocar os dias de folga e de serviço, e o segundo, os turnos de trabalho. A definição dos dias de trabalho antes da alocação dos turnos trabalhados inviabiliza, porém, o cálculo da carga horária trabalhada pelo enfermeiro - restrição (HC4). Para isso, é estimado um intervalo de dias suficiente para atender esta carga horária. Esse processo ocorre de modo iterativo: primeiro são criadas as duas escalas (tanto a de dias como a de turnos); caso a carga horária não seja atendida (o valor esteja fora do intervalo), as soluções são descartadas e o intervalo de dias necessários para o atendimento da carga é ajustado; caso contrário, a solução é salva para compor a escala da instituição de saúde. Um resumo desse algoritmo encontra-sem em Algoritmo 1.

A seguir, temos o modelo utilizado para a alocação dos dias trabalhados de um membro da equipe de enfermagem $i \in I$. As restrições de (MA1) a (MA4) são geradas na linha 3 do Algoritmo 1. O intervalo que estima a quantidade de dias necessários para respeitar a carga horária é caracterizado pela restrição (MA5) - criada na linha 10 do Algoritmo 1 conforme varia-se os valores

Algoritmo 1 Heurística Construtiva para o NRP

Entrada: I, D, T, l_t, b_{min}, b_{max}

Solução $x_{idt} \leftarrow \emptyset$
Para i $\in$ I **Faça**
  $x_d \leftarrow$ criarModeloEstruturas()
  $x_{dt} \leftarrow$ criarModeloTurnos()
  menorTurno, maiorTurno = calcularTurnosExtremos(i)
  nd^{min} = b_{min}[i]/maiorTurno
  nd^{max} = b_{max}[i]/menorTurno
  sucesso $\leftarrow$ falso
  Enquanto sucesso é falso **Faça**
    $x_d \leftarrow$ defineDiasDeTrabalho(i, nd^{min}, nd^{max})
    $x_{dt} \leftarrow$ defineTurnosDeTrabalho(i, x_d)
    Se x_{id} possui carga horária entre b_{min}[i] e b_{max}[i] **então**:
      $x_{idt} \leftarrow x_{dt}$
    Senão:
      Se x_{dt} possui carga horária menor que b_{min}[i] **então**: nd^{min} += 1
      Senão: nd^{max} -= 1
      Fim Se
      $x_{idt} \leftarrow x_{dt}$
    Fim Se
  Fim Enquanto
Fim Para
Retorna Solução (x_{idt})

dos parâmetros nd^{min} e nd^{max}. Destaca-se que os modelos utilizados, tanto para a definição dos dias, quanto para a definição dos turnos, não possuem função objetivo - pois, configurou-se o *solver* para que a seja retornada a primeira solução factível obtida. Desse modo, a solução é gerada de modo mais rápido, tal como desejado.

Parâmetros adicionais

$nd^{min} \rightarrow$ número mínimo de dias de trabalho no horizonte de planejamento
$nd^{max} \rightarrow$ número máximo de dias de trabalho no horizonte de planejamento

Variáveis de Decisão

$x_d \rightarrow$ 1 se o membro da equipe de enfermagem é designado para trabalhar no dia $d \in D$, 0 caso contrário

$k_w \rightarrow$ 1 se o membro da equipe de enfermagem trabalha no fim de semana $w \in W$, 0 caso contrário

Restrições

$$\sum_{j=d}^{d+c_i^{max}} x_j \leq c_i^{max} \qquad \forall d \in \{1...|D| - c_i^{max}\} \quad \text{(MA1)}$$

$$x_d + c - 1 - \sum_{j=d+1}^{d+c} x_j + x_{(d+c+1)} \geq 0 \quad \forall c \in \{1...c_i^{min} - 1\}, d \in \{1...|D| - (c+1)\} \tag{MA2}$$

$$1 - x_d + \sum_{j=d+1}^{d+b} x_j + x_{(d+b+1)} \geq 0 \quad \forall b \in \{1...o_i^{min} - 1\}, d \in \{1...|D| - (b+1)\} \tag{MA3}$$

$$k_w \leq x_{(7w-1)} + x_{(7w)} \leq 2k_w \quad \forall w \in W, \sum_{w \in W} k_w \leq a_i^{max} \tag{MA4}$$

$$x_n = 0 \quad \forall n \in N_i \tag{MA5}$$

$$nd^{min} \leq \sum_{d \in D} x_d \leq nd^{max} \tag{MA6}$$

Diferente do modelo de Rahimian et al. [2017], a variável de decisão x possui somente o índice de dia, já que este modelo é para um membro da equipe de enfermagem somente e não considera turnos. Fazendo um paralelo entre os dois modelos apresentados, (MA1) - (MA5) são análogas às restrições (HC5) - (HC9). (MA6) assegura que o(a) enfermeiro(a) trabalhe uma quantidade de dias entre um valor mínimo e máximo (parâmetros nd^{min} e nd^{max}). Essa solução alimenta um segundo modelo que possui as restrições relativas aos turnos do enfermeiro i, apresentado a seguir.

Parâmetros adicionais

$s_d \rightarrow$ 1 se o membro da equipe de enfermagem trabalhou no dia $d \in D$, 0 caso contrário (solução obtida pelo modelo anterior)

Variáveis de Decisão

$x_{dt} \rightarrow$ 1 se o membro da equipe de enfermagem é designado para trabalhar no turno $t \in T$ do dia $d \in D$, 0 caso contrário

Restrições

$$x_{dt} + x_{(d+1)u} \leq 1 \quad \forall d \in \{1...|D| - 1\}, \; t \in T, u \in R_t \tag{MB1}$$

$$\sum_{d \in D} x_{dt} \leq m_{it}^{max} \quad \forall t \in T \tag{MB2}$$

$$\sum_{t \in T} x_{dt} = s_d \quad \forall d \in D \tag{MB3}$$

É importante observar que, neste modelo, a variável de decisão x possui somente dimensões dia e turno. Comparando-se as restrições com o modelo de Rahimian et al. [2017], (MB1) - (MB2) são análogas às restrições (HC2) - (HC3). (MB3) é útil para alimentar o modelo com a solução parcial anteriormente gerada pelo modelo construtivo de definição dos dias de trabalho e folga. Após poucas iterações, os parâmetros nd^{min} e nd^{max} são ajustados de forma que rapidamente seja fornecida uma solução factível para o subproblema. Com todo os subproblemas resolvidos, as soluções são combinadas, formando a escala final.

3.2. Heurística de melhoria

Determinada uma solução inicial, busca-se aprimorá-la através de um método de melhoria. Turhan e Bilgen [2020] propuseram uma heurística *fix-and-optimize* com *simulated annealing* - do inglês, recozimento simulado - para instâncias médias e pequenas do NRP (instâncias 1-19). Neste artigo, procuramos implementar um particionamento para a heurística de melhoria *fix-and-optimize* a fim de obter, para as instâncias maiores (20-24), resultados comparáveis aos de Curtois e Qu [2014] e Rahimian et al. [2017]. Destacamos que, em Rahimian et al. [2017] utilizam um algoritmo híbrido, que explora as vizinhanças do problema usando um algoritmo VND (do inglês *Variable Neighbourhood Descent*, admitindo soluções infactíveis e aplicando o método de decomposição *fix-and-optimize*. Ao final das iterações, é feita uma otimização global em que todo o modelo é resolvido a partir da solução incumbente.

Neste artigo, a abordagem adotada também é próxima a de Rahimian et al. [2017], porém, sem os movimentos da VND e explorando de modo distinto a definição de vizinhanças para a heurística de melhoria *fix-and-optimize*. Esta heurística é descrita no Algoritmo 2.

Algoritmo 2 Heurística de melhoria para o NRP

Entrada: Solução inicial x_{idt}
Entrada: melhorObj $\leftarrow$ valor da função objetivo de x_{idt}
Enquanto houver tempo disponível **Faça**
    objSolInício $\leftarrow$ função objetivo da solução no início da iteração
    Conjunto de partições P $\leftarrow$ gerarPartições()
    Para p $\in$ P **Faça**
        $x_{idt} \leftarrow$ liberarVariaveis(p)
        Resolver x_{idt}
        Se função objetiva de x_{idt} $<$ melhorObj **então**
            Salvar valor de x_{idt}
        Senão:
            Retornar x_{idt} aos seus valores anteriores
        Fim Se
    Fim Para
    $x_{idt} \leftarrow$ liberarTodasAsVariaveis()
    objSolFim $\leftarrow$ função objetivo da solução no fim da iteração
    Se objSolInício - objSolFim == 0 **então break**
    Fim Se
Fim Enquanto
$x_{idt} \leftarrow$ liberarTodasAsVariaveis()
Retorna Solução (x_{idt})

A qualidade da solução obtida ao aplicar o Algoritmo 2 é diretamente afetada pela função *gerarPartições()*, haja vista que ela determina a forma de exploração da escala. Partições que possuem uma janela de dias grande possibilitam que alterações na quantidade de dias trabalhados e tipos de turno de um enfermeiro sejam compensadas por alterações em outros períodos, de forma que as restrições de carga horária sejam respeitadas. Partições que contenham maior quantidade de enfermeiros(as) permitem que mudanças nos turnos trabalhados por um membro da equipe de enfermagem (o que altera diretamente o atendimento à demanda) sejam compensadas por alterações nos turnos dos demais. Neste artigo, o particionamento por enfermeiros (todos os dias/turnos de um grupo de enfermeiros liberados) e o retangular (uma série de dias consecutivos é liberado para um conjunto de enfermeiros) são usados de forma mista. Para manter um tempo computacional balanceado entre essas partições, o número de enfermeiros usados no particionamento por enfermeiros é menor do que no particionamento retangular, de forma que as partições contenham um número próximo de variáveis.

Duas estratégias para gerar partições foram usados: sequencial e aleatória. O uso de partições sequenciais usufrui da sequência de enfermeiros já fornecida pelas instâncias, que costuma agrupar os enfermeiros de acordo com o seu contrato, que versa a carga horária, a quantidade máxima de turnos trabalhados, etc. Assim, as partições envolvem escalas com atributos similares, o que possibilita a troca de turnos e sequencias de serviço de modo mais fácil. Um exemplo contrário disto seria liberar as variáveis de um enfermeiro cujo contrato prioriza turnos noturnos e outro que prioriza turnos matutinos. Esse exemplo ocorre quando as partições são geradas de forma aleatória e, neste caso, é vantajoso, principalmente, para estágios em que o método está estagnado em um mínimo local.

Na heurística proposta, as configurações sequencial e aleatória são usadas de forma alternada. Além disso, o tamanho das partições é expandido quando o algoritmo estiver estagnado, caso haja tempo disponível ao final das iterações, todas as variáveis são liberadas e o modelo inteiro é resolvido.

4. Testes computacionais

As heurísticas foram implementadas em *Python 3.6.8* e o resolvedor comercial *Gurobi 9.0.1*. Os experimentos foram realizados no *Cluster Euler*, com processadores *Intel Xeon E5-2680v2* de 2.8 e 2.4GHz, 128 GB DDR3 1866MHz de memória - um recurso computacional do Centro de Ciências Matemáticas Aplicadas à Indústria (CeMEAI), financiado pela FAPESP (proc. 2013/07375-0). Como a heurística de melhoria envolve operadores aleatórios, os testes com este método foram realizados cinco vezes.

5. Resultados

5.1. Heurística construtiva

Os resultados obtidos pela heurística construtiva são mostrados na Tabela 1, que compara o valor da solução (FO) e tempo consumido do método com outras duas abordagens: a resolução do modelo usando o Gurobi em sua configuração padrão, com o limite de tempo de 1 hora (*Solver*); e a resolução do modelo visando a obtenção rápida de uma solução (*Solver SolLimit = 1*) - nesta abordagem, a resolução do modelo é interrompida assim que a primeira solução factível é encontrada.

Os valores sublinhados nas Tabelas 1 e 2 são a solução ótima do problema, indicadas em Benchmarks [2023]. As células em negrito são os melhores valores de tempo ou FO para a instância.

Tal como esperado, a heurística desenvolvida neste artigo forneceu soluções factíveis em tempo viável porém, com o valor da função objetivo alto, por desconsiderar as penalizações de demanda.

5.2. Heurística de melhoria

Para a experimentação, foi necessário fazer um dimensionamento das partições, desde janelas fixas a janelas proporcionais ao tamanho da instância. Testes preliminares mostraram que que as maiores instâncias consomem maior tempo para resolver partições proporcionais a seu tamanho, porém, reduzem de modo mais rápido a sua função objetivo. Em contrapartida, resta menos tempo para explorar mais partições. Haja vista que o foco deste artigo é a melhoria das maiores instâncias

Tabela 1: Função objetivo (FO) e tempo consumido em segundos para o *solver* em sua configuração padrão e com parâmetro *SolLimit* = 1 e a heurística construtiva proposta neste artigo

Instância	Solver		Solver SolLimit = 1		Heurística Construtiva	
	FO	Tempo	FO	Tempo	FO	Tempo
1	607	0.628	2128	**0.076**	1733	0.081
2	828	4.753	4182	0.151	3695	**0.121**
3	1001	5.681	7304	**0.146**	6224	0.219
4	1716	24.85	20483	0.222	6948	**0.153**
5	1143	269.133	10902	**0.145**	8583	0.268
6	1950	78.031	11019	0.411	10739	**0.334**
7	1056	145.956	12321	0.616	12343	**0.345**
8	**1305**	3600	24303	0.945	20660	**0.584**
9	439	3600	18905	**0.413**	16631	0.645
10	4631	86.774	27098	1.197	24489	**0.864**
11	3443	61.052	34196	1.462	32164	**1.277**
12	4040	494.898	50896	2.974	55234	**2.199**
13	**1980**	3600	94355	10.947	103182	**8.528**
14	**1278**	2.177.959	34655	**1.121**	25916	1.245
15	**5057**	3600	39279	2.439	51909	**1.741**
16	**3226**	3600	20194	0.735	21424	**0.681**
17	**5752**	3600	43756	1.778	38522	**1.181**
18	**4557**	3600	31998	1.701	35089	**1.128**
19	**3699**	3600	55777	3.986	63766	**2.564**
20	**5325**	3600	219646	13.702	213777	**8.062**
21	-	-	**252585**	51.089	420432	**16.07**
22	-	-	-	-	**539844**	**30.647**
23	-	-	**500669**	251.021	937751	**101.534**
24	-	-	**965592**	670.11	1480537	**304.741**

(em especial, 23 e 24), adotou-se uma configuração que garantisse a elas o menor valor possível, tentando manter a qualidade das demais instâncias.

No particionamento por enfermeiros, a partição inicial é composta por 4% dos enfermeiros da instância. No particionamento retangular, as janelas possuem 12% dos enfermeiros e doze dias mais 1% da quantidade de semana. Essa formula foi feita a fim de garantir uma quantidade mínima de dias liberados que permitisse uma maior quantidade de trocas, apesar da reduzida dimensão das instâncias pequenas. Os resultados obtidos são mostrados na Tabela 2.

Os resultados mostram que a heurística desenvolvida neste artigo possui resultados comparáveis a Curtois e Qu [2014], inclusive para grandes instâncias. Em contrapartida, Rahimian et al. [2017] e Turhan e Bilgen [2020] possuem resultados melhores para instâncias pequenas e médias. É importante destacar que foram obtidas as soluções ótimas para 11 das 24 instâncias. Além disso, entre as instâncias 1-19, com exceção de 13 e 15 (cuja complexidade é superior devido a fatores como um conjunto pequeno de sequência proibidas em R_t) todas as soluções obtidas possuem um *gap* de otimalidade inferior a 10% em relação a solução ótima disponível em [Benchmarks, 2023]. Destaca-se, neste método a qualidade da solução para as quatro maiores instâncias: para instância 22, há um *gap* inferior a 5% em relação a [Rahimian et al., 2017]; e obtêm-se soluções melhores para as instâncias de 22 a 24 tanto em relação a Curtois e Qu [2014] quanto a [Rahimian et al., 2017].

Tabela 2: Função objetivo de diferentes referências bibliográficas e da heurística de melhoria proposta neste artigo

Instância	Turhan e Bilgen [2020]	Rahimian et al. [2017]	Curtois e Qu [2014]	**Heurística de Melhoria**	
				Melhor FO	Média
1	607	607	607	607	607
2	828	828	837	828	828
3	1001	1001	1003	1001	1001
4	1716	1716	1718	1716	1716
5	1143	1143	1358	1143	1143
6	1950	1950	2258	1950	1950
7	1056	1056	1269	1056	1056
8	**1322**	1344	2260	1332	1415
9	439	439	463	439	439
10	4631	4631	4797	4631	4631
11	3443	3443	3661	3443	3443
12	4040	4040	5211	4047	4059
13	2900	**1905**	3037	2640	2652
14	1280	**1279**	1847	**1279**	1280
15	4190	**3928**	5935	4715	4715
16	3225	3225	4048	3225	3230
17	5848	**5750**	7835	5762	5834
18	**4650**	4662	6404	4761	4765
19	**3218**	3224	5531	3263	3393
20	-	**4913**	9750	5145	5150
21	**-**	**23191**	36688	24270	24270
22	**-**	32126	516686	**45193**	45196
23	**-**	*	54384	**46402**	46406
24	**-**	2281440	156858	**90640**	90866

* omitiu-se o valor do artigo por ser inferior ao melhor limitante inferior disponível em [Benchmarks, 2023].

6. Conclusões

Neste artigo, foram apresentadas duas abordagens para o NRP: uma heurística construtiva que garantisse solução inicial para todas as instâncias de Benchmarks [2023] em tempo computacional factível; e uma heurística de melhoria *fix-and-optimize* que gerasse boas soluções para as grandes instâncias do NRP, possuindo resultados próximos ou melhores ao da literatura [Curtois e Qu, 2014; Rahimian et al., 2017].

A respeito da heurística construtiva, foi possível obter resultados de modo rápido inclusive para as grandes instâncias, superando o *solver* em tempo. O método de melhoria, por sua vez, obteve soluções de alta qualidade para grande parte das instâncias, incluindo soluções ótimas conhecidas. Entretanto, ainda é necessário aprimorar a exploração do espaço de solução para as instâncias médias e pequenas por meio de outras técnicas - como o *imulated annealing* e o VND -, sem prejudicar a qualidade da solução para instâncias com grande quantidade de variáveis - o que poderá ser estudado em pesquisas futuras.

Agradecimentos: Este artigo é uma extensão do trabalho iniciado no projeto 2021-2519 do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (PIBIC) do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) edital 2021, com vigência entre 01/09/2021 e 31/08/2022 Esta Pesquisa foi desenvolvida com utilização dos recursos computacionais do Centro de Ciências

Matemáticas Aplicadas à Indústria (CeMEAI), financiados pela FAPESP (proc. 2013/07375-0).

Referências

Benchmarks, S. (2023). Scheduling benchmarks. `http://www.schedulingbenchmarks.org/nrp/`. Acessado: 2023-04-21.

Ceschia, S., Dang, N., De Causmaecker, P., Haspeslagh, S., e Schaerf, A. (2019). The second international nurse rostering competition. *Annals of Operations Research*, 274(1):171–186.

Cheang, B., Li, H., Lim, A., e Rodrigues, B. (2003). Nurse rostering problems—-a bibliographic survey. *European journal of operational research*, 151(3):447–460.

Curtois, T. e Qu, R. (2014). Computational results on new staff scheduling benchmark instances. *tech. report*.

Glass, C. A. e Knight, R. A. (2010). The nurse rostering problem: A critical appraisal of the problem structure. *European Journal of Operational Research*, 202(2):379–389.

Haspeslagh, S., De Causmaecker, P., Schaerf, A., e Stølevik, M. (2014). The first international nurse rostering competition 2010. *Annals of Operations Research*, 218(1):221–236.

Neto, T. M., Junior, D. P. A., Gonçalves, B. M., e Coelho, A. S. (2011). Modelo de programação linear inteira como ferramenta para otimizar a capacidade de atendimentos nos serviços de saúde em ubss de manaus - am. *XXXI Encontro Nacional de Engenharia de Produção*.

Rahimian, E., Akartunalı, K., e Levine, J. (2017). A hybrid integer programming and variable neighbourhood search algorithm to solve nurse rostering problems. *European Journal of Operational Research*, 258(2):411–423.

Soler, W. A., Santos, M. O., e Akartunalı, K. (2021). Decomposition based heuristics for a lot sizing and scheduling problem on multiple heterogeneous production lines with perishable products. *Pesquisa Operacional*, 41.

Turhan, A. M. e Bilgen, B. (2020). A hybrid fix-and-optimize and simulated annealing approaches for nurse rostering problem. *Computers & Industrial Engineering*, 145:106531.