

ANAIS

IV ENCONTRO LATINO AMERICANO DE FLUIDOMECÂNICA - IV ELAF



AIPH
Associação
Internacional de
Pesquisas
Hidráulicas

Divisão Latino
Americana da AIPH



ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBÁ
GRUPO DE ENERGIA

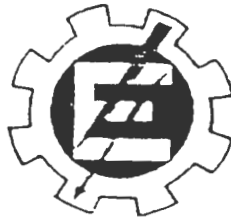


ITAJUBÁ - MG - BRASIL
07 A 10 DE ABRIL DE 1997

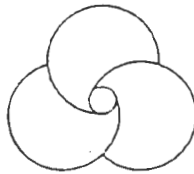
ANAIS

**IV ENCONTRO LATINO -
AMERICANO DE FLUIDOMECÂNICA
IV ELAF**

07 a 10 de Abril de 1997 - Itajubá - Minas Gerais - Brasil



ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBÁ



GRUPO DE ENERGIA

215

VOLUME II

COMISSÃO ORGANIZADORA

Augusto Nelson Carvalho Viana - COORDENADOR - EFEI
Geraldo Lúcio Tiago Filho - EFEI
José Carlos Grilo Rodrigues - EFEI
Edson da Costa Bortoni - FEG - UNESP
Antônio Puzzo - MEP

COMISSÃO EDITORIAL

Augusto Nelson Carvalho Viana
José Renato Nunes Brighenti

APOIO DE SECRETARIA

Valéria Marcondes Pereira
Regina M. Santos Grilo

APOIO

**FUNDAÇÃO DE AMPARO À PESQUISA DO ESTADO DE MINAS
GERAIS - FAPEMIG**

**COMPANHIA ENERGÉTICA DE MINAS GERAIS
CEMIG**

**MECÂNICA PESADA S.A.
MEP**

**DEPARTAMENTO MUNICIPAL DE ELETRICIDADE
DME - POÇOS DE CALDAS**

**FUNDAÇÃO DE PESQUISA E ASSESSORAMENTO À INDÚSTRIA
FUPAI**

**DIRETÓRIO ACADÊMICO DA EFEI
DAEFEI**

4681d

A DETERMINAÇÃO DA VELOCIDADE DE UM ESCOAMENTO NÃO PERMANENTE UNIDIMENSIONAL A PARTIR DA MEDIDA DE UMA DIFERENÇA DE PRESSÃO

Hans George Arens 129712

Escola de Engenharia de São Carlos USP SHS/EESC/USP

Resumo: A diferença de pressão $\Delta h = k_1 \cdot v |v| / 2g + k_2 \cdot dv/dt$ que se estabelece entre dois pontos de um escoamento não permanente unidirecional, pode, muitas vezes, ser utilizada para se avaliar em cada instante, a velocidade e a aceleração do escoamento. A determinação de v pode ser feita com os métodos numéricos tradicionais utilizados para resolver a equação diferencial ordinária $k_2 \cdot dv/dt = \Delta h(t) - k_1 \cdot v |v| / 2g$, a partir de uma condição de contorno $v(t_0) = v_0$. Porém, em muitas situações práticas, a condição de contorno não é conhecida tornando a solução do problema inviável. Mostra-se, através da simulação computacional, que a adoção de uma condição de contorno auxiliar, calculada no instante t_0 a partir da própria equação mas desprezando-se o termo $k_2 \cdot dv/dt$, pode muitas vezes nos conduzir a resultados satisfatórios. O desempenho de um tubo de Pitot, em regime não permanente, é apresentado como exemplo prático.

1. Introdução.

A medição de velocidades ou de vazões, em escoamentos não permanentes, normalmente é feita por medidores de resposta rápida entre os quais se destacam os medidores eletromagnéticos, os de ultra-som ou outros medidores sofisticados baseados na laser-velocimetria. Esses instrumentos quase sempre são ligados a sistemas de aquisição de dados que facilitam consideravelmente o registro e o processamento dos dados adquiridos.

A avaliação da velocidade instantânea de um escoamento não permanente, também pode ser efetuada indiretamente, através de um transdutor de pressão que mede a diferença de pressão Δh entre dois pontos previamente escolhidos. É comum recorrer-se a pontos situados na entrada e na secção contraída de venturis, bocais ou diafragmas, a pontos situados na frente de tubos de pitot ou Prandtl ou, no caso mais simples, a dois pontos situados nas extremidades de um trecho retilíneo de canalização.

De fato, em cada aplicação, a equação de Euler assume a forma geral

$$\Delta h = k_1 \frac{v^2}{2g} + k_2 \frac{dv}{dt} \quad (1.1)$$

onde k_1 e k_2 são parâmetros que normalmente precisam ser determinados experimentalmente. Em alguns casos particulares pode-se calcular os valores de k_1 e k_2 através de expressões

924773
190897

SYSNO	924773
PROD	0000473
ACERVO EESC	

3.03.01.00-9

37

3.03.01.02-4

algébricas simples, como no caso do escoamento não permanente da figura 1.1 que mostra um transdutor de pressão instalado entre dois pontos de uma canalização retilínea.

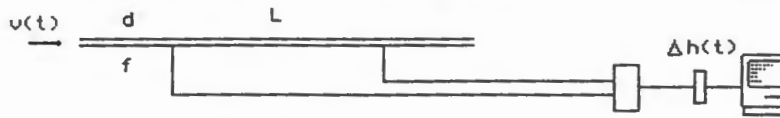


Fig.1.1 A canalização retilínea

Nesse caso

$$\Delta h = c_r \frac{v^2 L}{2g D} + \frac{L}{g} \frac{dv}{dt} \quad (1.2)$$

o que acarreta $k_1 = c_r \frac{L}{D}$ e $k_2 = \frac{L}{g}$. A expressão (2.1) pode ser adimensionalizada dividindo-se todos os termos por $k_1 \frac{v_r^2}{2g}$ onde v_r é uma velocidade de referência definida como $v_r = \sqrt{gL}$.

Se o tempo de referência t_r , por sua vez, for definido por $t_r = \sqrt{\frac{L}{g}}$ e se

$$V = \frac{v}{v_r} \quad (1.3)$$

$$T = \frac{t}{t_r} \quad (1.4)$$

$$\Delta H = \frac{\Delta h}{k_1 \frac{v_r^2}{2g}} \quad (1.5)$$

$$k = \frac{2gk_2}{v_r t_r k_1} \quad (1.6)$$

(1.1) se transforma em

$$\Delta H = V^2 + k \frac{dV}{dT} \quad (1.6)$$

O presente artigo mostra a determinação da velocidade V a partir de uma função $H(t)$ simulada para um escoamento onde a velocidade é representada por uma função senoidal.

2. A Simulação Computacional.

Se a velocidade é representada pela função

$$v = v_0 (1 - \cos \frac{2\pi}{\theta} t) \quad (2.1)$$

sua adimensionalização conduz a

$$V = V_0 (1 - \cos 2\pi f T) \quad (2.2)$$

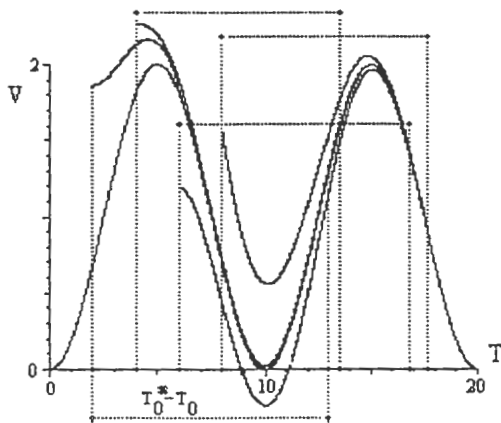


Fig. 2.1 A solução de (2.3) para $k=5$ e $V_0=0$ e $f=0,1$ (Runge-Kutta) mostrando 4 intervalos de convergência $T_0^*-T_0$ correspondentes a 4 condições iniciais $T_0=2$ 4 6 e 8.

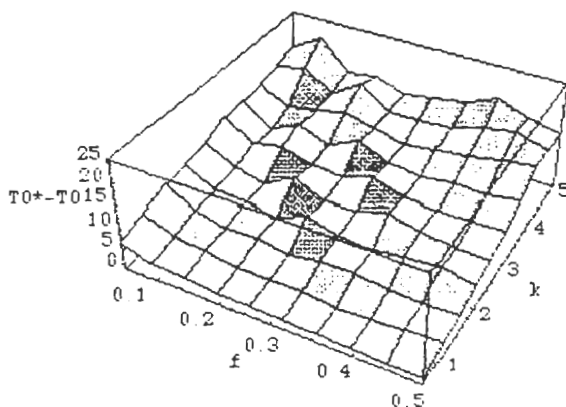


Fig. 2.2 Os intervalos máximos de convergência T^*-T_0 em função de f e k ($V_0=1$)

onde f é a razão $f = \frac{t_r}{\theta}$ (θ =período). Nesse caso a expressão (1.1) se transforma em

$$k \frac{dV}{dT} = V_0(1 - \cos 2\pi f T) \left| \left(V_0(1 - \cos 2\pi f T) \right) + k V_0 2\pi f \sin(2\pi f T) - V^2 \right| \quad (2.3)$$

cujas soluções podem ser observadas na figura 2.1.

Nota-se que para as 4 condições iniciais nos instantes T_0 , calculadas através de

$$V(T_0) = \sqrt{V_0(1 - \cos 2\pi f T_0) \left| (1 - \cos 2\pi f T_0) + k V_0 2\pi f \sin(2\pi f T_0) \right|}$$

a convergência entre os valores numéricos e os verdadeiros ocorre nos 4 instantes correspondentes T_0^* e que o máximo intervalo de convergência $T_0^*-T_0$ depende dos parâmetros k , V_0 e f .

3. Um Exemplo Prático

A equação (1.1) também pode representar a pressão h (mca) de um tubo de pitot em condições não permanentes que nesse caso assume a forma

$$h = \frac{v^2}{2g} + k \frac{dv}{dt} \quad (3.1)$$

ou

$$\frac{h}{\frac{v^2}{2g}} = 1 + \frac{2gk}{d} \frac{d}{v^2} \frac{dv}{dt} \quad (3.2)$$

que se transforma em

$$Eu = 1 + c\sigma \quad (3.3)$$

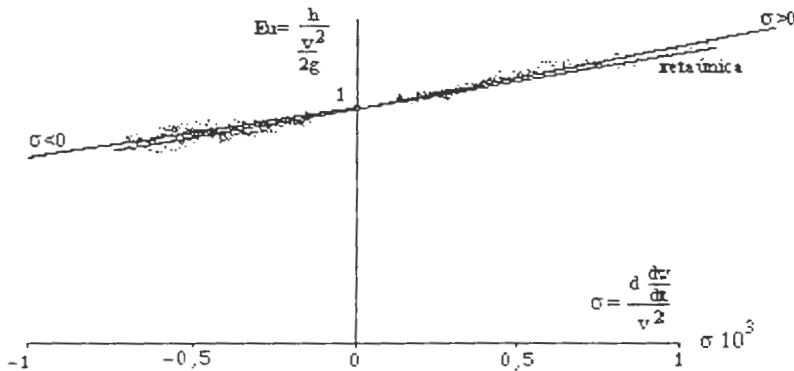


Fig.4.3 Os dados experimentais e a regressão linear (reta única $c=244$ e $k=0,025$) e as semi-retas nas regiões $\sigma < 0$ ($c=218,294$ e $k=0,022$) e $\sigma > 0$ ($c=276,049$ e $k=0,028$)

onde Eu é o número de Euler e σ o número de aceleração definido como $\sigma = \frac{d}{v^2} \frac{dv}{dt}$. A figura 4.1 mostra a reta (4.3) obtida experimentalmente no laboratório de Hidráulica do SHS/EESC/USP, válida para um tubo de Pitot de $d=2\text{mm}$ trabalhando em regime não permanente, onde a regressão linear resultou em $c=244$ o que corresponde a $k=0,025$. A representação das duas nuvens de pontos de cada quadrante ($\sigma < 0$ e $\sigma > 0$), pode ainda ser melhorada com o uso das duas semi-retas às quais correspondem respectivamente $k=0,022$ e $k=0,0028$.

O tubo de pitot foi utilizado para medir a velocidade v de um escoamento não permanente unidirecional (água), caracterizado por acelerações positivas ou negativas e os valores foram comparados com os obtidos com um medidor eletromagnético de resposta rápida v_p , tomado como padrão.

A leitura h do tubo de pitot, a velocidade correspondente v e a velocidade padrão v_p foram adimensionalizados dividindo-se seus valores pelos valores máximos correspondentes h_n e v_n ($v_n = 5,09 \text{ m/s}$ e $h_n = v_n^2 / 2g = 1,322 \text{ m}$) obtendo-se respectivamente H , V e V_p . A equação (4.1) se transforma então em

$$\frac{dV}{dt} = \frac{v_n}{2gk} (H - V^2) \quad (3.4)$$

que pode ser resolvida, a partir de qualquer instante t_0 usando-se a condição de contorno auxiliar

$$V(t_0) = \sqrt{\frac{v_n}{2gk}} \sqrt{|H(t_0)|} \quad (3.5)$$

A velocidade nos demais instantes foi então ser calculada por (Método de Euler-Heun)

$$V(t_0 + \Delta t) = V(t_0) + \frac{s_1 + s_2}{2} \quad (3.6)$$

onde

$$s_1 = \frac{v_n \Delta t}{2gk} (H(t_0) - V(t_0)^2) \quad (3.7)$$

$$s_2 = \frac{v_n \Delta t}{2gk} (H(t_0 + \Delta t) + (V(t_0) + s_1)^2) \quad (3.8)$$

As figuras 4.1 e 4.2 mostram os resultados obtidos em dois escoamentos distintos (acelerado e desacelerado) com instantes iniciais de integração escolhidos de $t_0=0,5s$ e $t_0=0,9s$. A razão V/V_p mostra que nos dois escoamentos, V e V_p tendem a se igualar rapidamente, ou seja, os valores de V obtidos indiretamente através da integração da equação do tubo de Pitot, se igualam rapidamente aos valores V_p indicados pelo medidor eletromagnético, usado como padrão.

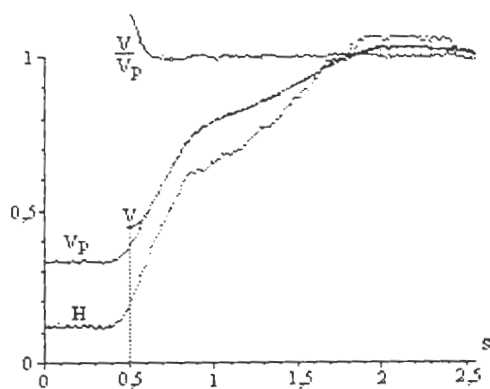


Fig. 4.1 Os valores de V e V_p num escoamento acelerado ($v_n=5,09$ m/s $h_n=1,322$ m).

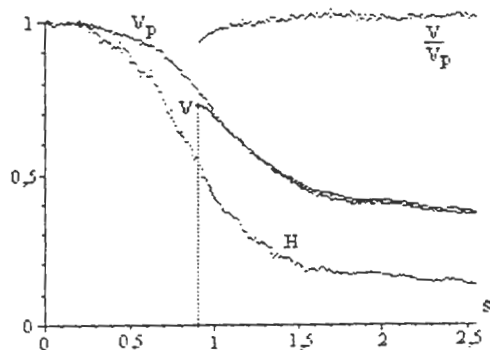


Fig. 4.2 O confronto entre os valores de V e V_p num escoamento desacelerado.

5. Conclusão.

A determinação da velocidade de um escoamento não permanente a partir da medida de pressão entre dois pontos, usando-se um transdutor de pressão, é de fato um recurso muito útil, que permite ao técnico medir velocidades instantâneas com um sensor simples e de baixo custo. É porém necessário que se conheça as características da sua curva de desempenho em regime não permanente. O sinal de saída disperso, muito comum nos transdutores de pressão, não acarreta grandes dificuldades pois o próprio algoritmo de integração atua como filtro e atenua consideravelmente as amplitudes das perturbações contidas no sinal original. Quando a condição de contorno não é conhecida, deve-se recorrer à condição de contorno auxiliar (regime quase permanente) pois os valores obtidos com o algoritmo apresentado convergem rapidamente aos os valores verdadeiros. Finalmente, a simplicidade do algoritmo de integração (3 linhas) permite até a obtenção de V em tempo real, desde que o intervalo entre os dados de chegada permita sua execução (0,01 s no exemplo apresentado).

6. Bibliografia

1. Kreyszig E., Advanced Engineering Mathematics, John Wiley & Sons, 3º Ed, New York, 1988, p.1294.
2. McCloy D., Effects of Fluid Inertia and Compressibility on the Performance of Valves and Flowmeters Operating Under Unsteady Conditions, Journal Mechanical Engineering Science, vol.8.n.1,1966.