

Título em Português: Simetrias na Física de Partículas

Título em Inglês: symmetries on particle physics

Autor: Artur Soares Rodrigues

Instituição: Universidade de São Paulo

Unidade: Instituto de Física de São Carlos

Orientador: Tereza Cristina da Rocha Mendes

Área de Pesquisa / SubÁrea: Física das Partículas Elementares e Campos

Agência Financiadora: FAPESP - Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo

Simetrias na Física de Partículas

Artur Soares Rodrigues

Orientadora : Tereza Cristina da Rocha Mendes

Instituto de Física de São Carlos - USP

srartur2000@usp.br

Objetivos

A Física de Partículas é uma área com pré-requisitos matemáticos que tornam sua acessibilidade limitada, porém uma abordagem observando a física como manifestação de simetrias em vários níveis torna esse estudo mais didático. Com o trabalho de Yuval Ne'eman e Murray Gell-Mann na década de 1960, o estudo da teoria de grupos se proliferou pela área, dando uma nova luz para a percepção das simetrias no estudo da física e, em especial, para a física de partículas. Buscaremos estudar, portanto, a teoria de grupos pura, para que se faça possível estudar a teoria clássica e quântica de campos, em seu formalismo usual e em sua abordagem na rede. Aliado a isso, o estudo do Modelo de Ising, estudado originalmente termodinamicamente, traz luz e põe em prática os conceitos aprendidos. Estudamos e aplicamos o algoritmo de Metropolis, enquanto apenas estudamos a fundamentação teórica do algoritmo de minhoca, que é conceitualmente mais complexo.

Métodos e Procedimentos

Utilizou-se de começo a referência (1) para estudar teoria de grupos por uma lente mais voltada para a física. Além disso, o terceiro capítulo do livro traz uma perspectiva diferente para a teoria de campos, começando com o teorema de Noether. A partir dele são construídas as grandezas conservadas em forma de tensor, como o tensor energia-momento, relacionado à simetria de translação

espaço-temporal. Em posse disso, passou-se para o estudo da teoria de campos na rede, utilizando-se (2). Este livro aborda a teoria quântica de campos na rede utilizando a rotação de Wick, que realiza uma continuação analítica do tempo para as variáveis complexas. Essa rotação gera interpretações físicas diferentes, por exemplo, a métrica de Minkowski é substituída pela identidade

$$\eta_{\mu\nu} = \delta_{\mu\nu} \quad (1)$$

Além disso, a expressão das integrais de caminho de Feynman nesse formalismo se assemelha à expressão da função de partição da termodinâmica, e a partir dessas relações é possível estudar o sistema com as técnicas usuais da termodinâmica. Um estudo estatístico com método de Monte Carlo torna as simulações numéricas muito interessantes. Tendo essa motivação em mente, o Modelo de Ising é perfeito, pois introduz o problema de escala, simetrias, quebra espontânea de simetria e de simulações em rede.

Estudamos o modelo de Ising em uma rede 10x10. É possível entender as mudanças de spin como aplicações de um elemento do grupo Z_2 , que inverte o sinal do spin. O algoritmo de Metropolis avalia se a mudança de spin diminui a energia do sistema, e caso sim, aceita essa mudança. Caso não, ele gera um número aleatório como critério para saber se irá aceitar ou não a configuração baseado na probabilidade daquela configuração nova. O estudo desse modelo traz inferências úteis para modelagens de outros sistemas mais complexos. Porém, além da abordagem do

algoritmo de Metropolis, estudamos o algoritmo de minhoca, que se utiliza da expansão de altas temperaturas para descrever as interações entre spins por meio de traços em uma rede. A geração de uma minhoca, originando loops fechados ou um único caminho aberto, faz com que em um único algoritmo seja possível escrever a função de partição e a função de correlação. Isso diminui a complexidade do código, aumentando sua velocidade. Porém, como sua compreensão é mais difícil, nessa etapa foi feito somente um estudo guiado para o entendimento da fundamentação do algoritmo.

Resultados

O principal resultado do trabalho foi o ganho de bagagem teórica. Como as aplicações computacionais são, em geral, simples, a prioridade foi dada a construir uma base forte para poder tirar o máximo de conhecimento dessas simulações. Os resultados tirados do Modelo de Ising não possuem tratamento de dados ainda, logo não serão apresentados. Porém, foi feito o estudo do método de Monte Carlo por (3) e (4), além de estudar o algoritmo de minhoca através do seu artigo original (5), e foi estudada a expansão de altas temperaturas em (6) e (7).

Conclusões

Conclui-se que um estudo fundamentado na base matemática, centrada no estudo de simetrias, torna o aprendizado mais eficiente. A partir dessa abordagem, foi possível estudar um tema complexo como teoria quântica de campos na rede e conectá-lo fundamentalmente com a termodinâmica, começando a aflorar a perspectiva da teoria de campos estatística, apresentada em (8), e estudada em (9). Essas interpretações tornam o entendimento dos modelos mais intuitivo, tornando sua aplicação mais simples. Dito isso, os próximos passos se resumem a fazer a análise de dados do modelo de Ising, com algoritmo genéricos que precisam apenas dos dados fornecidos. Dessa forma, pode-se também estudar o mesmo modelo pelo algoritmo de minhoca, estudando suas diferenças, especialmente o comportamento no

ponto crítico, o tempo de descorrelação e a complexidade. Além disso, estudar o modelo de Ising como um modelo de campo escalar, agora sob a lente da teoria quântica de campos, também vem a ser algo interessante para o desenvolvimento teórico, pondo em prática o estudo ao longo da bolsa.

Agradecimentos

Agradeço especialmente à FAPESP que financiou este projeto, à orientação da Profa Drª Tereza e à minha família por todo o apoio. Também agradeço aos meus amigos que me incentivaram e me ajudaram ao longo do processo, em especial Rafael Tonhon, Gabriel Capelo, Marcelle Caram e Levy Bruno, que foram fonte de discussões sobre as questões estudadas, como parceiros para debate e, por muitas vezes, professores particulares em momentos de dificuldade.

Referências

- 1 MAGGIORE, Michele. **A modern introduction to quantum field theory.** Oxford university press, 2005
- 2 SMIT, Jan. **Introduction to quantum fields on a lattice.** Cambridge University Press, 2003.
- 3 NEWMAN, Mark EJ; BARKEMA, Gerard T. **Monte Carlo methods in statistical physics.** Clarendon Press, 1999.
- 4 Sokal, Alan D.. **“Monte Carlo Methods in Statistical Mechanics: Foundations and New Algorithms.”** (1997).
- 5 PROKOF'EV, Nikolay; SVISTUNOV, Boris. **Worm algorithms for classical statistical models.** Physical review letters, v. 87, n. 16, p. 160601, 2001.
- 6 BINNEY, James J. et al. **The theory of critical phenomena: an introduction to the renormalization group.** Oxford University Press, 1992.
- 7 OITMAA, Jaan; HAMER, Chris; ZHENG, Weihong. **Series expansion methods for strongly interacting lattice models.** Cambridge University Press, 2006.
- 8 PARISI, Giorgio; SHANKAR, Ramamurti. **Statistical field theory.** 1988.
- 9 MCCOY, Barry M. **The connection between statistical mechanics and quantum field theory.** arXiv preprint hep-th/9403084, 1994.

Symmetries on Particle Physics

Artur Soares Rodrigues

Supervisor: Tereza Cristina da Rocha Mendes

Instituto de Física de São Carlos - USP

srartur2000@usp.br

Objectives

Particle Physics is a research field with complex mathematical requirements, which makes for a tough path for new students. Taking a different approach, however, might be a way to make it more feasible. That path is to acknowledge Physics as the manifestation of symmetries on our theories. That point of view, specially on Particle Physics, flourished with Yuval Ne'eman and Murray Gell-Mann's work on the 60's on Group Theory, which highlighted the role of symmetry once again. Thus, we will study Group Theory as the first step so we can be able to study Classical and Quantum Field Theory, using the usual formalism and on the lattice. Plus, the Ising Model can bring light by being a practical application of the concepts studied, even though it was originated on a different context, studying phase transitions on thermodynamic systems. We will study the foundations of Monte Carlo Methods and the Metropolis Algorithm, applying it to the Ising Model. In addition to that, we will study the foundations of the worm algorithm, which is conceptually more complex.

Materials and Methods

We started studying Group Theory on (1) with more focus on the physics applications. Besides that, the third chapter of that book brings a different perspective to Quantum Field Theory (QFT), presenting Noether's Theorem as the center piece. From that, he shows that the theorem defines tensor structures that are conserved when there's symmetries involved,

such as the energy-momentum tensor due to space-time translation symmetry. With that in hands, we started our studies on QFT on the lattice, using (2). This book approaches QFT on the lattice using Wick's Rotation, which uses analytic continuation of the time variable to complex values. This rotation generates different interpretations, for example, it makes the Minkowski metric be replaced by the identity tensor

$$\eta_{\mu\nu} = \delta_{\mu\nu} \quad (1)$$

Besides that, the expression for the Feynman's path integral on this formalism is similar to the expression of the partition function from usual Thermodynamics, and from that similarity it is possible to study quantum systems with the same techniques from Thermodynamics. Specifically, simulating our system using statistical methods, like Monte Carlo Method, can be very fruitful. With that motivation in mind, the Ising Model is the perfect beginning, because it introduces the scale problem, symmetries, spontaneous symmetry breaking and lattice simulations.

We studied the Ising Model on a 10x10 lattice. It is possible to interpret the changes on spin on each site as the application of an element from the Z_2 group, which makes for an interesting parallel to more complex systems. The Metropolis Algorithm checks if the spin change makes the energy lower, and if so, the change happens. If not, it generates a random number and use it to decide if the new state will be accepted based on its probability of happening,

which is described by the Boltzmann factor. But we can study this same model using the worm algorithm, which utilizes high temperature expansions to describe interactions between spins as lines on a lattice connecting the vertices. By generating a 'worm', the algorithm creates closed loops and, at max, one open line, to compute the partition function and the correlation function simultaneously. That reduces the complexity of the algorithm, making it faster. But it's harder to comprehend, and due to that we focused on understanding its mathematical and physical foundation during this period.

Results

The major result from our work was the development of theoretical wealth. Since the computational applications are, in general, simple, the priority was given to construct a strong basis to take the most out of each simulation. The results from the simulation of the Ising Model have no data analysis made, therefore won't be displayed. But, we studied the Monte Carlo method with (3) and (4), besides studying the worm algorithm using its original article (5). High temperature expansion was studied with (6) and (7).

Conclusions

We conclude that a directed study based on strong mathematical foundations, centered around the study of symmetries, is a very fruitful way to approach the subject of Particle Physics. With that approach, studying a complex subject as QFT on the lattice and connect it fundamentally with Thermodynamics was reachable, making the concept of Statistical Field Theory flourish naturally, and then studying it in on (9). Those interpretations make the comprehension of physical models more intuitive, therefore making the computational applications simpler. Having said that, the next steps can be summarized to making data analysis of the Ising Model, using generic algorithms that only need data input. With that implementation, by making the Ising Model with the worm algorithm as well, we can use the

same algorithms of data analysis to the new set of data. Then, we will compare the results from both algorithms around the critical point, compare their complexity and their decorrelation time. Besides that, studying the Ising Model as a scalar field model, using the tools of QFT, can also be interesting to develop theoretical basis, putting in practice what was studied during the research.

Acknowledgments

We thank FAPESP, who financed this project. I would like to thank my supervisor Dr. Tereza and my family for all their support. I also thank my friends, that supported and encouraged me through the process, specially Rafael Tonhon, Gabriel Capelo, Marcelle Caram and Levy Bruno, which were my debate partners about each topic studied, sometimes as peers, other times as tutors, through tough times.

References

- 1 MAGGIORE, Michele. **A modern introduction to quantum field theory.** Oxford university press, 2005
- 2 SMIT, Jan. **Introduction to quantum fields on a lattice.** Cambridge University Press, 2003.
- 3 NEWMAN, Mark EJ; BARKEMA, Gerard T. **Monte Carlo methods in statistical physics.** Clarendon Press, 1999.
- 4 Sokal, Alan D.. **"Monte Carlo Methods in Statistical Mechanics: Foundations and New Algorithms."** (1997).
- 5 PROKOF'EV, Nikolay; SVISTUNOV, Boris. **Worm algorithms for classical statistical models.** Physical review letters, v. 87, n. 16, p. 160601, 2001.
- 6 BINNEY, James J. et al. **The theory of critical phenomena: an introduction to the renormalization group.** Oxford University Press, 1992.
- 7 OITMAA, Jaan; HAMER, Chris; ZHENG, Weihong. **Series expansion methods for strongly interacting lattice models.** Cambridge University Press, 2006.
- 8 PARISI, Giorgio; SHANKAR, Ramamurti. **Statistical field theory.** 1988.
- 9 MCCOY, Barry M. The connection between statistical mechanics and quantum field theory. arXiv preprint hep-th/9403084, 1994.