

# Epidemiologia Matemática: Modelagem via Fenômenos de Transporte ante a Covid-19 e a Ontologia Humana

Anna Bárbara Coré Pinto<sup>1</sup>

ICMC - USP

Naila Albertina de Oliveira<sup>2</sup>

Universidade Paulista

Centro Universitário Max Planck

José Antonio Rabi<sup>3</sup>

ICMC - USP

## Resumo

Modelos epidemiológicos compartimentais para disseminação de doenças infectocontagiosas admitem fluxos de indivíduos por diferentes compartimentos. Tais modelos dinâmicos são de ordem zero quanto à dependência em coordenadas espaciais, sendo expressos por sistemas de equações diferenciais ordinárias. Modelos inspirados em fenômenos de transporte se baseiam em equações diferenciais parciais e alguns de seus desafios (e perspectivas) ante a pandemia de Covid-19 são discutidos no presente trabalho. Sob a ótica da equação geral de transporte, os termos de geração e de consumo bem como os aportes de natureza difusiva-convectiva são abordados tendo-se em mente a modelagem de características ontológicas humanas.

**Palavras-chaves:** dinâmica de doenças, epidemia, ontologia, equação geral de transporte

## 1. Introdução

Provocada pelo SARS-CoV-2 (*Severe Acute Respiratory Syndrome Coronavirus 2*), a Covid-19 emergiu em dezembro de 2019 mediante a identificação de pacientes apresentando pneumonia de origem desconhecida em Wuhan, China [12]. De modo rápido, a doença se espalhou pelo mundo e sua pandemia foi declarada em março de 2020 [13]. Transmissão do SARS-CoV-2 se dá por gotículas de saliva expelidas na respiração ou em tosses e/ou espirros, além do contato com superfícies contaminadas [9]. Aerossóis remanescentes no ar igualmente oferecem risco de transmissão, especialmente em ambientes fechados.

Baseados no trabalho clássico de Kermack e McKendrick [4], modelos compartimentais para disseminação de doenças infectocontagiosas admitem fluxos de indivíduos por diferentes compartimentos (exemplos: S = suscetíveis, E = expostos, I = infectados, R = recuperados) e seus acrônimos indicam os padrões de fluxo (exemplos: SIR, SIS, SEIR, SEIS, SEIRS). São modelos dinâmicos de ordem zero quanto à dependência em coordenadas espaciais, expressos

---

<sup>1</sup> abcorep@usp.br    <sup>2</sup> nailaa.oliveira@gmail.com    <sup>3</sup> jrabi@usp.br

por sistemas de equações diferenciais ordinárias.

Em modelos epidemiológicos tradicionais, o contágio é um fenômeno difusivo, isto é, supõe-se que pessoas infectadas transmitam o patógeno apenas para indivíduos espacialmente próximos [8]. Porém, para processos em que a escala espacial é consideravelmente maior que a escala temporal em termos de movimentação, modelos não-locais (expressos via equações diferenciais) tendem a apresentar melhor desempenho [6]. Por sua vez, modelos puramente de “reação-difusão” não captam aspectos importantes da mobilidade humana como a tendência de retorno a uma base (residência ou local de trabalho) antes de um novo deslocamento [2].

Assim, concomitantes ao contágio por deslocamentos aleatórios modelados como difusão, contribuições (à disseminação da doença) decorrentes de deslocamentos humanos ordenados podem ser modeladas como fenômeno convectivo na equação geral de transporte [11]. Neste sentido, características ontológicas humanas devem ser levadas em conta no modelo, cujos desafios (e perspectivas) são abordados no presente trabalho ante a pandemia de Covid-19.

## 2. Modelo Epidemiológico de Transporte

Fenômenos de transporte são disparados e alimentados por diferenças de concentração de grandezas. No modelo epidemiológico de transporte proposto em [11], trata-se da fração de infectados  $\chi_i = \chi_i(t, \mathbf{r})$  no instante  $t$  e posição  $\mathbf{r}$ . Sob a hipótese do contínuo,  $\chi_i$  é uma grandeza intensiva sujeita ao transporte difusivo-convectivo bem como à geração e ao consumo locais.

Invocando a hipótese de ‘mistura diluída’, assume-se que o tamanho  $N$  da população em análise não seja dinamicamente afetado pela doença infectocontagiosa, ou seja,  $N = \text{constante}$ . Dessa forma, uma vez conhecida  $\chi_i = \chi_i(t, \mathbf{r})$ , o número (instantâneo) de infectados  $N_i = N_i(t)$  é uma grandeza extensiva que pode ser obtida mediante a seguinte integração:

$$N_i(t) = N \int_{\text{domínio}} \chi_i(t, \mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (1)$$

Em [11], sugere-se que o domínio transcenda a interpretação geográfica (espacial) e passe a incorporar coordenadas generalizadas (exemplo: idade, comorbidades e/ou atividade social).

A fração de infectados  $\chi_i = \chi_i(t, \mathbf{r})$  vem da solução da equação geral de transporte [7]:

$$\frac{\partial \chi_i}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \chi_i = \nabla \cdot (D_{i,m} \nabla \chi_i) + S_i \quad (2)$$

Interpretações dos termos dessa equação diferencial parcial em contexto epidemiológico são discutidas em [11], conforme resume a Tabela 1. Possíveis condições iniciais e condições de contorno para a solução (em geral numérica) da Eq. (2) são igualmente discutidas em [11].

Tabela 1: Interpretação de termos na equação geral de transporte adaptados à epidemiologia.

|                                      |   |
|--------------------------------------|---|
| $\frac{\partial \chi_i}{\partial t}$ | <i>Termo transiente</i> : refere-se à variação local da fração de infectados $\chi_i$ com relação ao tempo. Em cenários de estado estacionário, este termo se anula.  |
| $\mathbf{v} \cdot \nabla \chi_i$     | <i>Termo convectivo</i> : refere-se à contribuição para disseminar a doença devido ao movimento ‘coordenado’ das pessoas. O vetor velocidade $\mathbf{v}$ de movimentação é um dado de entrada e deve ser adequadamente modelado. |

|  |  |
|--|--|
| $\nabla \cdot (D_{i,m} \nabla \chi_i)$ | <i>Termo difusivo</i> : refere-se à contribuição para disseminar a doença devido ao movimento ‘aleatório’ das pessoas. Se o coeficiente de difusão $D_{i,m}$ for isotrópico no meio, este termo se simplifica para o laplaciano da fração $\chi_i$ . |
| $S_i = S_{i,g} - S_{i,c}$              | <i>Termo fonte-sumidouro</i> : contempla termo de geração $S_{i,g}$ (taxas de contágio-reinfecção) e termo de consumo $S_{i,c}$ (taxas de óbito-recuperação), ambas locais.  |

### 3. Ontologia Humana: Modelagem da Movimentação e da Difusão

Desde o início da pandemia de Covid-19, o distanciamento social é apontado como uma estratégia para mitigar a contaminação por SARS-CoV-2 [10]. Tal estratégia engloba medidas para reduzir interações mútuas em uma comunidade que pode incluir indivíduos sintomáticos, pré-sintomáticos e assintomáticos [[1]]. Se a heterogeneidade espacial (com a dinâmica espacial que dela decorre) é aspecto essencial de sistemas epidemiológicos [8], a mobilidade humana é outro fator de influência na dinâmica de doenças infectocontagiosas.

Na cidade de São Paulo, a taxa de contágio apresentou um decréscimo significativo entre 05/04/2020 e 20/04/2020 pela adoção de políticas de distanciamento mais incisivas [3]. Antes da implantação da barreira sanitária em Wuhan, a mobilidade de pessoas foi o principal fator responsável pela propagação do SARS-CoV-2, inclusive para outras províncias chinesas [5].

Conforme a interpretação epidemiológica dos termos da Eq. (2) na Tabela 1, a mobilidade humana se enquadra (e é modelada) em duas vertentes. Enquanto a velocidade  $\mathbf{v}$  se refere ao movimento em macroescala da comunidade (meio contínuo em que ocorrem os fenômenos de transporte) e se traduz na contribuição convectiva, o movimento aleatório em microescala das pessoas (= constituintes do meio contínuo) leva à contribuição difusiva.

Surgem aqui desafios quanto à modelagem das contribuições supracitadas e sinergia com as Ciências Sociais pode ajudar na escolha (ou adaptação) adequada em função dos hábitos socioculturais da comunidade em estudo, ou seja, mediante aspectos ontológicos humanos em questão. Se, por um lado, a velocidade  $\mathbf{v}$  deve levar em conta características (e necessidades) de mobilidade urbana e/ou de viagens; por outro, o coeficiente de difusão  $D_{i,m}$  deve refletir as interações casuais entre pessoas e/ou a adoção às medidas de prevenção tais como o uso de máscara em locais públicos e a higienização das mãos.

### 4. Resultados Esperados

A modelagem epidemiológica proposta neste trabalho oferece o diferencial de incorporar características ontológicas específicas de uma metapopulação visando numericamente simular o espalhamento em macroescala de um patógeno. O objetivo é pesquisar e testar diferentes abordagens (por exemplo: equações constitutivas) para modelar especificidades socioculturais (de uma dada metapopulação) tendo-se em mente o ajuste dos parâmetros da Eq. (2) contra dados coletados para a pandemia de Covid-19.

### Referências

1. E. M. L. Aquino et al. Medidas de distanciamento social no controle da pandemia de COVID-19: potenciais impactos e desafios no Brasil. *Ciênc. Saúde Col.*, 25(1):2423-2446, 2020. <https://doi.org/10.1590/1413-81232020256.1.10502020>

2. V. Belik, T. Geisel, D. Brockmann. Recurrent host mobility in spatial epidemics: beyond reaction-diffusion. *Eur. Phys. J. B*, 84:579-587, 2011. <https://doi.org/10.1140/epjb/e2011-20485-2>
3. C. H. B. Cruz. Social distancing in São Paulo State: demonstrating the reduction in cases using time series analysis of deaths due to COVID-19. *Rev. Bras. Epidemiol.*, 23:e200056, 2020. <https://doi.org/10.1590/1980-549720200056>
4. W. O. Kermack, A. G. McKendrick. A contribution to the mathematical theory of epidemics. *Proc. Royal Soc. London A*, 115(772):700-721, 1927. <https://doi.org/10.1098/rspa.1927.0118>
5. M. Kraemer et al. The effect of human mobility and control measures on the COVID-19 epidemic in China. *Science*, 368:eabb4218, 2020. <https://doi.org/10.1126/science.abb4218>
6. C. T. Lee, M. F. Hoopes, J. Diehl, W. Gilliland, G. Huxel, E. V. Leaver, K. McCann, J. Umbanhowar, A. Mogilner. Non-local concepts in models in biology. *J. Theor. Biol.*, 210(2):201-219, 2001.
7. C. R. Maliska. *Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional*, 1ª ed. LTC, Rio de Janeiro, 1995.
8. J. P. Medlock. *Integro-differential-equation models in ecology and epidemiology*. PhD dissertation. University of Washington, 2004.
9. A. C. Oliveira, T. C. Lucas, R. A. Iquiapaza. What has the Covid-19 pandemic taught us about adopting preventive measures? *Texto Cont. Enferm.*, 29:e20200106, 2020. <https://doi.org/10.1590/1980-265x-tce-2020-0106>
10. M. Shen, Z. Peng, Y. Xiao, L. Zhang. Modeling the epidemic trend of the 2019 novel coronavirus outbreak in China. *Innovation*, 1:100048, 2020. <https://doi.org/10.1016/j.xinn.2020.100048>
11. C. A. Valentim, N. A. Oliveira, S. A. David, J. A. Rabi. Mathematical epidemiology through transport phenomena viewpoint: generalized coordinates to categorize people and preliminary numerical results towards Covid-19. *Int. J. Adv. Thermofl. Res.*, under review, 2021.
12. W. J. Wiersinga, A. Rhodes, A. C. Cheng, S. J. Peacock, H. C. Prescott. Pathophysiology, transmission, diagnosis, and treatment of coronavirus disease 2019 (COVID-19): A review. *J. Am. Med. Assoc.*, 324(8): 782-793, 2020. DOI: 10.1001/jama.2020.12839
13. World Health Organization. *Coronavirus disease (COVID-19) pandemic*. Disponível em: <https://www.euro.who.int/en/health-topics/health-emergencies/coronavirus-covid-19/novel-coronavirus-2019-ncov>. Acesso em 14/07/2020.